3.2 Diffusion de particules-Exercice 8

Un patch de nicotine a une épaisseur de 1 mm et une surface de 30 cm^2. Il diffuse de la nicotine lorsqu'il est appliqué sur la peau. Le coefficient de diffusion de la nicotine dans la peau est $D = 5.10^{-11}$ m^2.s^{-1}.
La nicotine diffuse dans la peau sur une épaisseur de 1 mm. Ensuite se trouvent des capillaires sanguins qui transportent la nicotine par convection dans le reste du corps. On se place en régime quasi-stationnaire.

a-Donner l'équation de diffusion de particules à une dimension en géométrie cartésienne.

b-En déduire la densité particulaire en nicotine dans la peau.

c-En déduire que le flux de nicotine suit une loi d'Ohm et déterminer la résistance de diffusion R_{diff}.

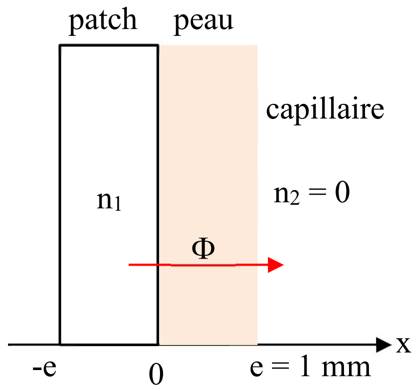
d-Selon le pharmacien, la quantité de nicotine dans le patch au bout de 24 h est inférieure à 0,1 % de sa valeur initiale. Est-ce vrai ?

e-L'hypothèse du régime quasi-stationnaire est-elle justifiée ?

---

a-<u>Equation de la diffusion</u> de particules sans terme source : $\boxed{\frac{\partial n}{\partial t}(x,t) = D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}(x,t)}$

b-En régime quasi-stationnaire : $\frac{d^2 n}{dx^2} = 0$



D'où : $n(x) = Ax + B$

<u>Conditions aux limites</u> :

- Le patch impose sa densité particulaire en surface : $n(0) = n_1 = B$
- Les capillaires emportent rapidement les molécules de nicotine par convection : $n(e) = Ae + n_1 = 0$

Donc : $\boxed{n(x) = n_1\left(1 - \frac{x}{e}\right)}$

c-Flux de nicotine à travers une section S de peau : $\Phi = j_n(x)S = -D\frac{dn}{dx}(x)S = D\frac{n_1}{e}S$

Donc : $\boxed{n_1 = \frac{e}{SD}\Phi}$

C'est l'analogue de la loi d'Ohm u = Ri avec la résistance de diffusion : $\boxed{R_{diff} = \frac{e}{SD}}$

d-<u>Bilan de molécules</u> de nicotine pour le volume V = Se de patch entre t et t + dt : $\frac{d(Vn_1)}{dt} = -\Phi$

Soit : $Se\frac{dn_1}{dt} = -\frac{SD}{e}n_1$ ou encore : $\frac{dn_1}{dt} + \frac{D}{e^2}n_1 = 0$

La solution est : $n_1(t) = n_1(0)e^{-t/\tau}$ avec : $\tau = \frac{e^2}{D} = 2.10^4$ s

Au bout de 24h, on a : $n_1(t) = n_1(0)e^{-86400/20000} = 0{,}013$
On a plutôt 1% de la valeur initiale.

e-Le régime stationnaire est atteint après un temps long devant τ. L'hypothèse n'est pas justifiée

---