3.3 Diffusion thermique-Exercice 28

Un mammifère dégage une puissance thermique P dans l'air de conductivité thermique λ.
Le mammifère se met en boule pour qu'on puisse le modéliser par une sphère de rayon a.
Lorsque r tend vers l'infini, la température tend vers T_0. On se place en régime permanent de telle sorte que $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$

a-Rappeler la loi de Fourier et interpréter.

b-Montrer que $j(r)r^2 = A$ où A est une constante à déterminer.

c-Déterminer la température de surface du mammifère T_a

---

a-Loi de Fourier : $\vec{j_Q} = -\lambda\overrightarrow{grad}T$
Interprétation : le transfert thermique se fait sous l'effet d'une différence de température, du chaud vers le froid.

b-Régime stationnaire et invariance par toute rotation autour de O => r est la seule variable
Régime stationnaire et pas de source interne => conservation du flux thermique dans l'air autour de l'animal

$\Phi = 4\pi r^2.j(r) = constante$

Donc : $r^2.j(r) = A$

En régime stationnaire, le flux Φ perdu par l'animal est égal à la puissance thermique P qu'il produit.

Donc : $A = \frac{P}{4\pi}$

c-$r^2.j(r) = A$ et $j(r) = -\lambda\frac{dT}{dr}$ donnent : $-\lambda\frac{dT}{dr}r^2 = A$

Donc : $\frac{dT}{dr} = -\frac{A}{\lambda r^2}$

Puis : $T(r) = \frac{A}{\lambda r} + B$

Conditions aux limites : $T(+\infty) = B = T_0$

Finalement : $T(r) = \frac{P}{4\pi\lambda r} + T_0$

Puis : $T_a = \frac{P}{4\pi\lambda a} + T_0$
