Mécanique des fluides

MF-1: **Tube de Pitot (CCINP Swan AMRANI, Mathilde PALLET, Joseph MOUROUX 2025), problème non guidé**

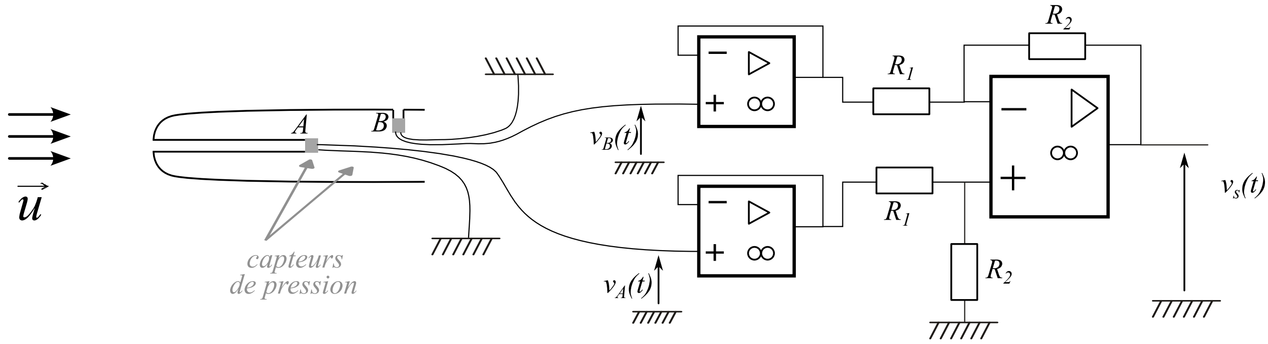
Les tubes de Pitot sont très utilisés dans l'aéronautique. Ils permettent de mesurer la vitesse relative de l'air par rapport aux aéronefs. Leur principe est de mesurer la différence de pression entre un point d'arrêt et un point où l'écoulement de l'air n'est quasiment pas modifié par la présence du tube.

Dans l'exemple ci-dessous, on utilise deux capteurs de pression, qui, chacun, génère une tension (par rapport à la masse) proportionnelle à la pression de l'air avec lequel ils sont en contact.

Les ALI sont supposés idéaux, et a priori, en fonctionnement linéaire.

Pour une vitesse $u = 50\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, on obtient $v_s = 1.0\,\mathrm{V}$.

La vitesse de croisière d'un Airbus A330 est de 900 km/h.



Sachant que les ALI ont une tension de saturation de 14 V, ce montage est-il utilisable pour un Airbus A330 ?

Question en plus : à quoi servent les deux ALI de gauche ?

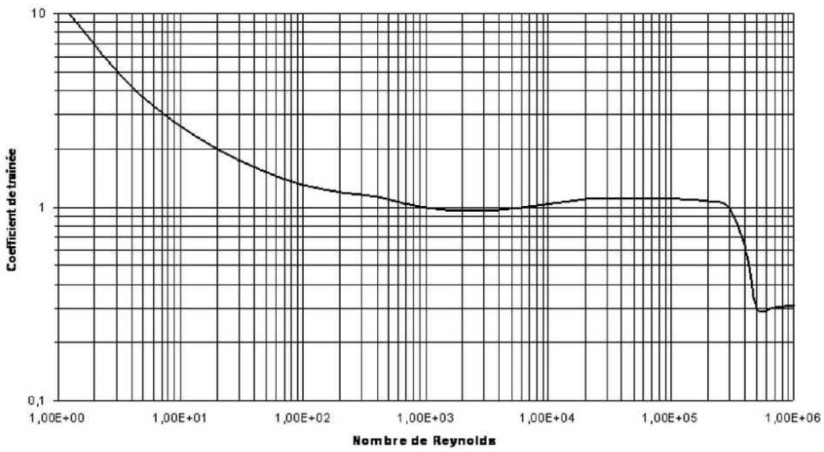
MF-2: **Embout de lance à incendie (CCINP Julien PIERRE 2025), problème non guidé**

Un embout de lance à incendie est relié au tuyau principal par un système à pas de vis. Les sections d'entrée et de sortie de l'embout sont respectivement S et s. La pression ambiante est P_0. Le débit massique d'eau dans la lance est D_m. Le fluide est considéré incompressible et de masse volumique μ. Il est en écoulement parfait et stationnaire. On néglige la pesanteur devant les forces de pression. Lors de l'écoulement de l'eau, l'embout tend à être "arraché". Exprimer, en fonction de S, s, μ et D_m, la force que doit exercer la lance sur l'embout (au moyen du pas de vis) pour que celui-ci ne soit pas emporté par l'eau.

MF-3: **Camion renversé par le vent (CCINP Nathan VISCHI 2025, Max POULHES 2017), Pb ouvert**

On donne le graphique du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour un cylindre. Soit un camion 20 m de long, 4 m de haut, avec un empattement latéral de 2,5 m pour un poids à vide de 7 tonnes. On rappelle l'expression de la force de traînée, pour un maître-couple S : $F_t = \frac{1}{2}\mu v^2 S C_x$, C_x étant le coefficient de traînée.

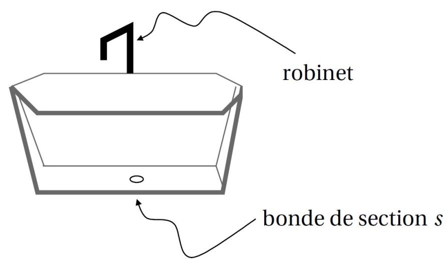
Évaluer la vitesse du vent minimale pour renverser un poids lourd.



MF-4: **Baignoire qui déborde (CCINP Alexis GOUIN 2024, problème non guidé)**

Pour remplir la baignoire représentée ci-dessous, il faut faire couler le robinet pendant 9 min, si la bonde est fermée.
Par ailleurs, si le robinet est fermé, il faut attendre 12 min pour qu'elle se vide complètement.
On pourra modéliser la baignoire comme un parallélépipède, de surface S et hauteur H.

Si le robinet est ouvert et la bonde ouverte aussi, y a-t-il un risque de débordement ?



MF-5: **Equilibre d'un pommeau de douche (CCINP Emeline BILLOD 2024, problème non guidé)**

Un pommeau de douche est posé sur son socle qu'on a dévissé pour en débloquer la liaison pivot horizontale. Le pommeau est donc libre de tourner. Un enfant s'amuse à ouvrir l'arrivée d?eau et constate que le pommeau de douche bouge.
Déterminer l'intervalle des valeurs du débit volumique D_v de l'eau permettant l'équilibre du pommeau.

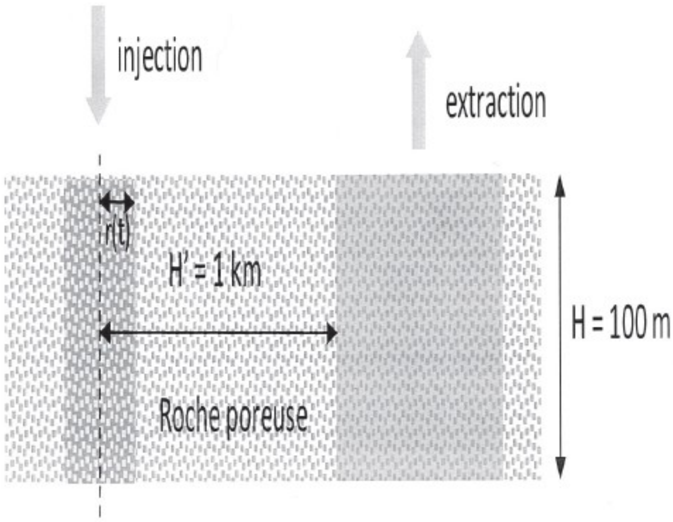
On pourra introduire toutes les grandeurs nécessaires à la résolution de ce problème.

Les positions d'équilibre trouvées sont-elles stables ?

MF-6: **Géothermie : parcours de l'eau dans les roches poreuses (CCINP Emilie MOUGIN 2024)**

Dans un système de géothermie, on prélève de l'eau chaude dans le sous-sol (extraction), et on rejette de l'eau plus froide à un autre endroit (injection). L'eau froide traverse alors des roches et se réchauffe en rejoignant la zone d'extraction.

Dans les profondeurs de la Terre en deçà de quelques centaines de mètres, des roches poreuses contiennent souvent de l'eau chaude à environ 70 °C. La porosité des roches est de l'ordre de 15 % c'est-à-dire qu'il y a $15\,m^3$ d'eau chaude pour $100\,m^3$ de roches. L'épaisseur de la nappe de roche poreuse contenant l'eau chaude supposée constante est d'environ H = 100 m. On rappelle qu'un litre d'eau a une masse de 1,0 kg et une chaleur massique :
$c_{Pm,eau} = 4.18\,kJ\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1} = 1.0\,kcal\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}$.
L'eau à 70 °C est pompée vers la surface, et après utilisation elle est réinjectée pour maintenir la pression en amont (schéma simpliste ci-contre). Elle a alors une température de 10 °C. La distance entre les puits d'extraction et de réinjection est d'environ $H' = 1$ km.
L'eau est réinjectée avec un débit volumique $D_V = 100\,m^3\,h^{-1}$ constant et avec une symétrie cylindrique de hauteur H autour de puits de réinjection.
On note $r(t)$ la distance parcourue par l'eau froide depuis le puits à une date t. $r(t)$ est appelée distance du front froid par rapport au puits de réinjection. On a évidemment $r(t=0)=0$.



1. Calculer le volume d'eau froide réinjectée entre t et $t+dt$ en fonction de r, dr et H.

2. En déduire $r(t)$ en fonction de t, H et D_V.

3. Au bout de combien d'années le front froid atteint le puits d'extraction situé à 1 km (Cf schéma). Donner une expression littérale puis une estimation grossière en années. Conclure sur la pérennité de l'installation.

4. Déterminer en kilocalories (kcal) l'énergie récupérable par unité de surface de la nappe puis l'énergie en kilocalories (kcal) récupérable par m^3 d'eau de la roche. La comparer à celle d'un mètre cube de pétrole : $E_{Pétrolepourunmètrecube} = 60\,Mcal$.

5. Commenter le résultat. Le procédé est-il rentable ? Justifier votre réponse.

MF-7: **Bouchon de champagne (CCINP Margot MISERERE 2023, Alexandre BARBIER 2018), problème non guidé**

La pression dans une bouteille de champagne fermée est égale à 6 bar et la température est égale à 20 °C.

Estimer à l'aide d'un modèle simple, la hauteur à laquelle s'élève le bouchon de la bouteille de champagne, après un débouchage rapide de celle-ci.

(Il y avait une question consistant à obtenir une autre valeur de cette hauteur, en adoptant un modèle plus complexe, tenant compte de la force de traînée, la courbe donnant C_x en fonction de $\mathscr{R}_e$ était fournie).

MF-8: **Balle de tennis (Thomas HILDENBRAND CCINP 2021)**

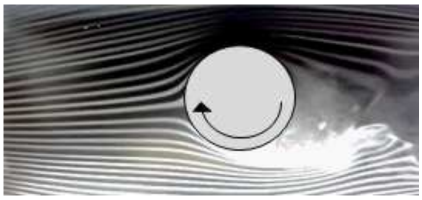
On s'intéresse au comportement d'une balle de tennis dans l'air. Pour ce faire, on réalise des études en soufflerie. On dispose d'une maquette de balle d'un diamètre de 28 cm soumise à un vent de norme $u = 12\,m\,s^{-1}$. Dans cette expérience, la viscosité dynamique de l'air est $\eta = 1.55\times10^{-5}$ Pl.

1. Dans quel sens le fluide air s'écoule-t-il, dans le référentiel de la balle ?

2. Dans les conditions de l'expérience, l'écoulement est-il laminaire ou turbulent ?

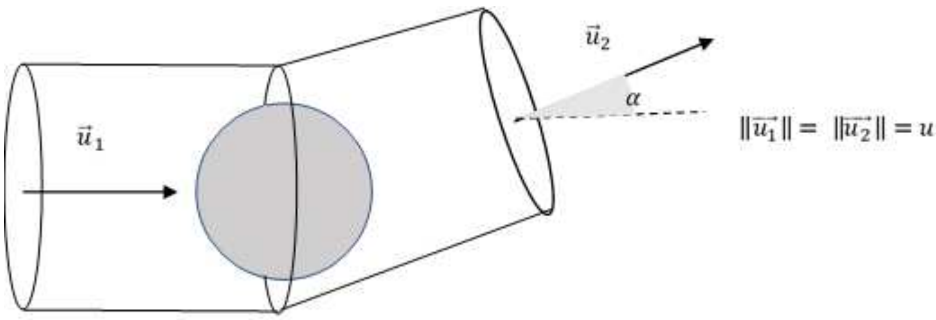
3. Peut-on le constater sur les photos ?
Question de l'examinateur : « Pourquoi observe-t-on du brouillard à l'arrière et non pas des filets tourbillonnants ? »
4. En réalité une balle de tennis fait 6.5 cm de diamètre, quelle est alors sa vitesse pendant un match de tennis, dont les conditions sont reproduites dans la soufflerie ?

Lift



Coupé

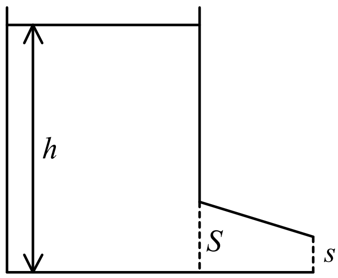
Sur les deux images ci-dessus, le fluide arrive de la gauche.
5. L'une des techniques classiques du tennis est d'ajouter un effet à la balle pour tromper l'adversaire, cela consiste à faire tourner la balle selon l'axe perpendiculaire au plan de la photo. Quel effet cela a sur la portance pour le lift ? pour le coupé ? Définir ce qu'est la portance.
6. On adopte pour le lift la modélisation ci-dessous, Les sections d'entrée et de sortie étant S. En réalisant notamment une étude sur un système fermé que l'on précisera, exprimer la force de portance en fonction notamment de S, α et u.



MF-9: **Force exercée par l'eau sur un tuyau (Sébastien MISSEY Mines-Ponts sans préparation 2018), problème non guidé**

À la base de la paroi verticale d'un récipient rempli de liquide sur une hauteur h est percé un petit orifice de section S sur lequel est emmanché un tuyau horizontal diédrique dont l'autre extrémité a une section $s = \alpha S$, avec $\alpha < 1$. En précisant les hypothèses adoptées :

1. Calculer la pression P au niveau de la section S. Cas limites $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$.
2. Exprimer en fonction de α, h et S la force F qui tend à arracher le tuyau.

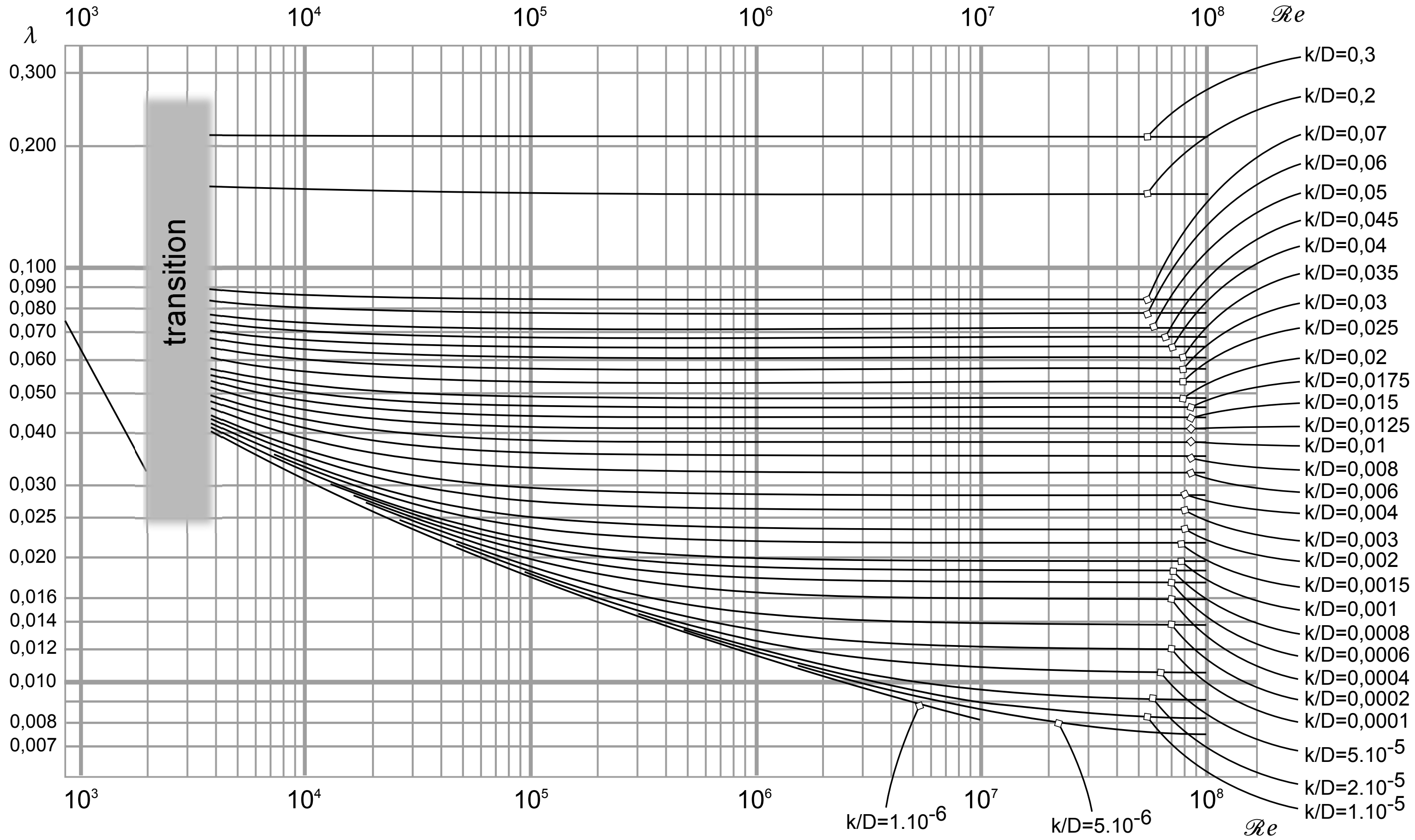


MF-10: **Perfusion (Martin BELLONCLE, Martin BOS, Bastien NESPOULOUS CCP 2019), problème non guidé**

Une poche de perfusion placée en hauteur permet d'administrer à un patient des produits sanguins (cf image).
Cette poche est reliée par un tuyau en plastique, de diamètre intérieur 4 mm à une aiguille de longueur 2 cm, et de diamètre intérieur 0,2 mm.
On veut assurer un débit de sang de 40 $\mathrm{cm^3 \cdot h^{-1}}$.
La longueur de la poche de sang est de 20 cm.
Dans un tuyau de diamètre D et de longueur L, la viscosité entraîne une chute de pression donnée par $\Delta P = \frac{1}{2}\lambda\mu U^2 \frac{L}{D}$, U étant la vitesse débitante.

À quelle hauteur faut-il accrocher le haut de la poche de sang pour assurer ce débit ?

On donne ci-dessous le diagramme de Moody.



λ
0,300
0,200
0,100
0,090
0,080
0,070
0,060
0,050
0,040
0,030
0,025
0,020
0,016
0,014
0,012
0,010
0,008
0,007
transition
10³
10⁴
10⁵
10⁶
10⁷
10⁸
Re
k/D=0,3
k/D=0,2
k/D=0,07
k/D=0,06
k/D=0,05
k/D=0,045
k/D=0,04
k/D=0,035
k/D=0,03
k/D=0,025
k/D=0,02
k/D=0,0175
k/D=0,015
k/D=0,0125
k/D=0,01
k/D=0,008
k/D=0,006
k/D=0,004
k/D=0,003
k/D=0,002
k/D=0,0015
k/D=0,001
k/D=0,0008
k/D=0,0006
k/D=0,0004
k/D=0,0002
k/D=0,0001
k/D=5.10⁻⁵
k/D=2.10⁻⁵
k/D=1.10⁻⁵
k/D=1.10⁻⁶
k/D=5.10⁻⁶

MF-11 : Turbine Pelton (Mathilde ALLEMAND Mines-Ponts 2025)

Notations : vecteur → **A** (gras) ; norme du vecteur **V** → *V* (italique) ; vecteur unitaire → **â**.

Dans tout cet exercice, *exprimer* signifie donner l'expression littérale et *calculer* signifie donner la valeur numérique.

Description

Une centrale est alimentée par une conduite d'eau cylindrique de diamètre constant D, dite *conduite forcée*, issue du barrage (Fig. 1). La capacité de ce barrage est suffisamment importante pour que l'on considère l'eau qu'il contient comme immobile. L'extrémité aval de la conduite, notée A, est reliée à une tubulure de section décroissante, appelée *injecteur*.

L'axe vertical repérant l'altitude z est orienté vers le haut. L'altitude du point A est, par convention, nulle ; on note H la dénivellation entre la surface libre de l'eau et l'axe de l'injecteur et h la différence de niveau entre l'entrée de la conduite et la sortie, en A (la différence de niveau entre la surface libre et l'entrée de la conduite est donc $h' = H - h$). On pourra supposer que h<<H. L'eau est considérée comme un fluide parfait, incompressible et de masse volumique μ ; elle sort de l'injecteur à l'air libre, sous la pression atmosphérique P_0, supposée indépendante de l'altitude. Le jet est cylindrique d'axe horizontal et de section circulaire de diamètre D dans la conduite puis d dans l'injecteur. Ce jet frappe la turbine et l'anime d'un mouvement de rotation. On considère les écoulements comme stationnaires. On néglige tout frottement. On néglige les variations avec l'altitude de l'accélération de la pesanteur g.

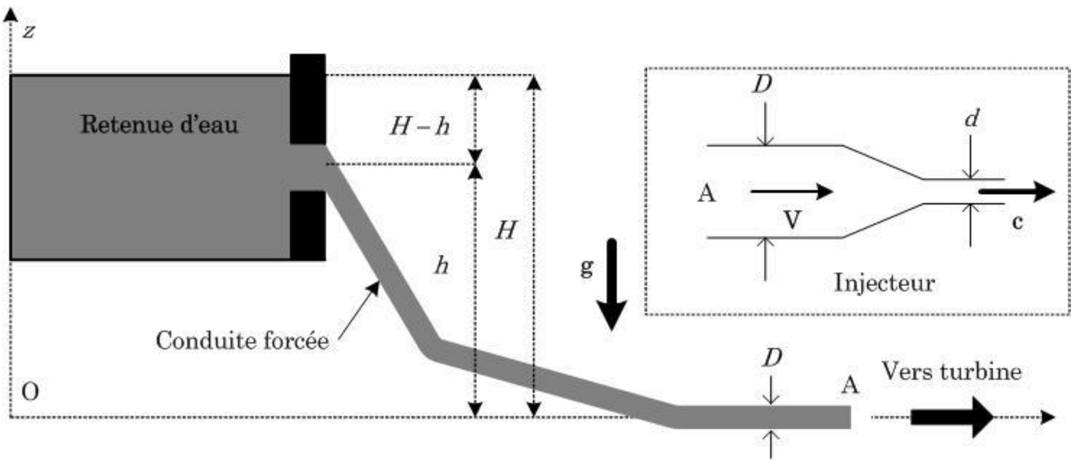


Fig. 1 - Retenue et conduite forcée pour installation hydroélectrique.
L'injecteur, en A, est schématisé dans le rectangle en pointillés.

Données : $P_0 = 1{,}0.10^5$ Pa, $g = 10$ m.s^{-2}, $D = 60$ cm, $H = 300$ m et $\mu = 1{,}0.10^3$ kg.m^{-3}.

Étude de la turbine Pelton

La turbine Pelton est constituée d'une roue munie d'augets. Un auget Pelton est une sorte de double godet avec une cloison au milieu (penser à deux coquilles de noix contiguës), qui dédouble le jet en deux parties identiques (Fig. 2). Les deux parties s'écoulent latéralement. L'eau, en provenance d'un injecteur identique à celui du paragraphe précédent, est propulsée sur ces augets et met la roue en mouvement. La vitesse du jet d'eau, de section $s = \pi d^2/4$, est notée $\mathbf{c} = c\hat{\mathbf{x}}$. La section de chacun des deux demi-jets est $s' = s/2$. On néglige l'effet de la pesanteur sur les jets.

❑ **1** – Quel intérêt y a-t-il à dédoubler le jet qui heurte l'auget ?

Le référentiel du laboratoire, $\{L\}$, est galiléen ; on note $\{L'\}$ le référentiel lié à l'auget frappé par le jet.

La Fig. 3 présente schématiquement les paramètres de fonctionnement d'une turbine Pelton. Le rayon R du rotor est suffisamment grand pour que l'on puisse assimiler le déplacement des augets, dans $\{L\}$, à une translation suivant l'axe Ox dans la zone d'action du jet. Sous l'action du jet, de l'air et de la force du bâti, l'auget se déplace donc à la vitesse uniforme $\mathbf{u} = u\hat{\mathbf{x}}$

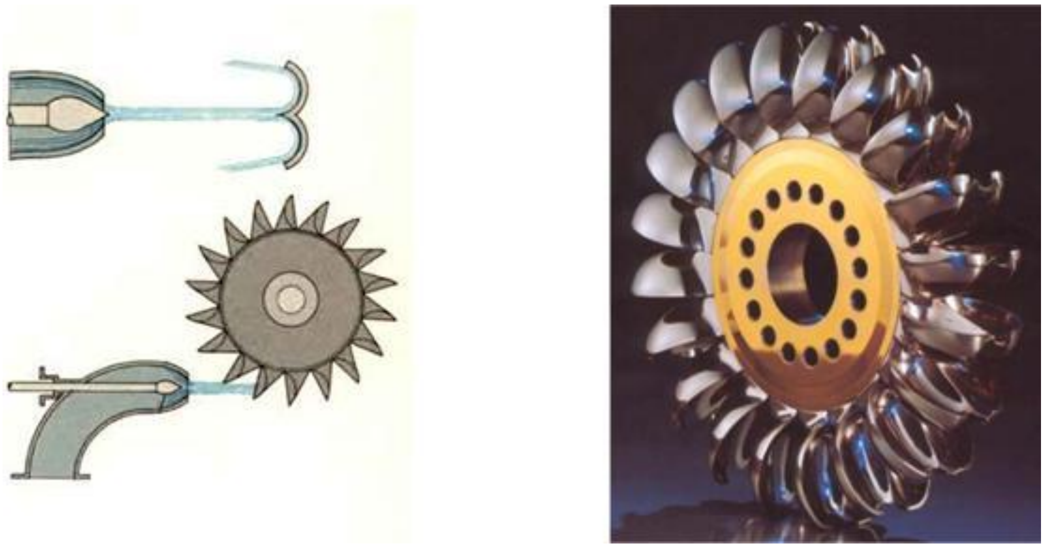


Fig. 2 – A gauche : auget Pelton, injecteur et turbine ; à droite : turbine.

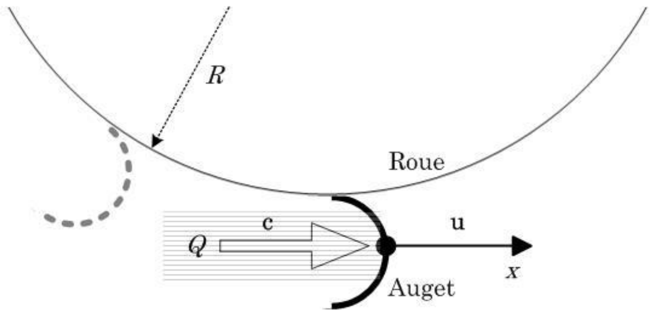


Fig. 3 – Portion de roue et un auget ; les vitesses sont représentées dans {L} ;
Dans le référentiel lié à l'auget, la vitesse du jet incident serait $\mathbf{c} - \mathbf{u}$.

❑ **2** – Justifier que l'écoulement est permanent (ou « stationnaire ») dans $\{L'\}$. Exprimer, dans $\{L'\}$, d'une part la vitesse du jet incident, notée $\mathbf{c}'_{inc.}$, d'autre part celle des jets déviés dans la direction opposée à celle du jet incident, notée $\mathbf{c}'_d$. On suppose bien entendu que la puissance du jet est conservée. Quel est le sens physique de la quantité $D'_m = \mu s(c-u)$?

❑ **3** – En considérant un système fermé Σ de fluide, évaluer dans $\{L'\}$, la variation de quantité de mouvement $\mathrm{d}\mathbf{p}'$ du fluide entre les instants t et $t+\mathrm{d}t$, en fonction de $(c-u)$, s, μ et $\mathrm{d}t$. En déduire la composante selon Ox de la force $\mathbf{F}_b$ du bâti sur l'auget en fonction de c, u, μ et du débit volumique Q' du jet dans $\{L'\}$; remarquer que $Q' = q'$ de la question 5, débit réel.

❑ **4** – Et maintenant, une subtilité : si l'auget était unique, une partie de la puissance du jet serait perdue en raison de l'éloignement de l'injecteur et du volume croissant du jet ; en réalité, placé sur le bâti en rotation, l'auget en question est remplacé par l'auget suivant et tout se passe comme si les augets étaient placés à distance fixe de l'injecteur … tout en se déplaçant à la vitesse $\mathbf{u}$. Pour exprimer le couple $\mathbf{\Gamma}$ du jet sur le rotor, il est donc acceptable de remplacer Q' par Q. Exprimer $\mathbf{\Gamma}$ dans ces conditions.

MF-12: Canyoning (Cléa TOURNIER et Tao ARNAUD CCINP 2021, Lucas REGNIER, Hajar ZGOUR et Semi KOVANCI CCP 2019), problème non guidé

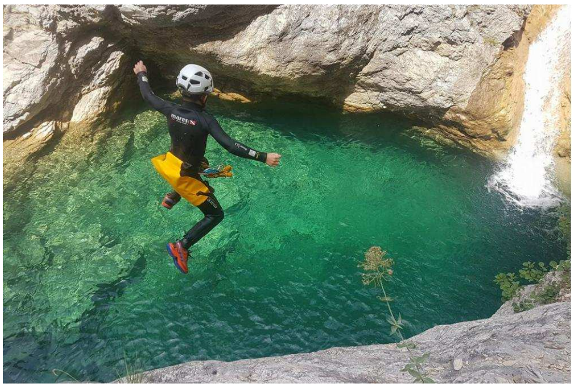
La hauteur d'eau dans un bassin est $h = 2.5\,\mathrm{m}$.

Un sportif veut sauter dans l'eau depuis un rocher. On note H la hauteur du sportif par rapport au fond du bassin.

Quand il atteint la surface de l'eau, il se met en boule.

Sa vitesse quand il touche le fond de la rivière ne doit pas dépasser $1.5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Déterminer la valeur maximale H_{max} de H d'où peut sauter le sportif.



Données :
- masse volumique de l'eau : $\mu_{eau} = 1.0\times10^3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$;
- masse volumique globale du sportif (avec de l'air dans les poumons) : $\mu_{sp} = 0.95\times10^3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$;
- masse volumique de l'air : $\mu_{air} = 1.3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$;
- viscosité de l'eau : $\eta_{eau} = 1.0\times10^{-3}\,\mathrm{Pa\cdot s}$;
- norme de la force de trainée subie par une sphère de rayon R pour un nombre de Reynolds inférieur à 1 (loi de Stokes), lorsqu'elle se déplace à vitesse v dans un fluide de viscosité η : $F_{tr} = 6\pi\eta R v$;
- norme de la force de trainée subie par une sphère de rayon R pour un nombre de Reynolds supérieur à 10^3, lorsqu'elle se déplace à vitesse v dans un fluide de masse volumique μ et de viscosité η : $F_{tr} = \frac{1}{2}\mu v^2\pi R^2 C_x$, avec $C_x = 0,45$.

MF-13: Glaçons et verre d'eau (Sébastien BRUTILLOT CCP 2018), problème non guidé

On considère un verre d'eau pure de forme cylindrique circulaire de rayon R. On introduit un glaçon de glace pure, de volume V_g dans celui-ci. On note h la hauteur d'eau dans le verre après avoir ajouté le glaçon.

Pour chaque question, on proposera un raisonnement qualitatif, sans calcul, pour prévoir (ou pour justifier a posteriori) le signe de la variation de hauteur d'eau.

1. Déterminer la hauteur h' d'eau après la fonte du glaçon.
2. Même question (h'_2) avec un glaçon contenant une bulle d'air, de volume V_a, à l'intérieur.
3. Même question (h'_3) avec un glaçon contenant une bille de plomb (masse volumique ρ_p), de volume V_p, à l'intérieur.

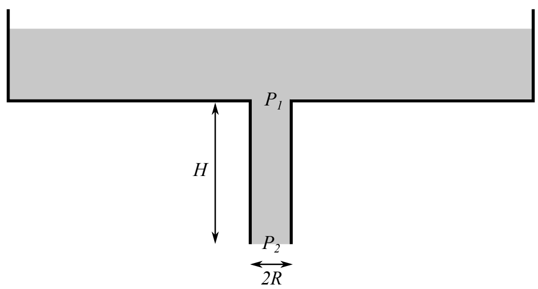
MF-14: Bille et viscosité (Caroline MARION CCP 2018)

On dispose d'une bille de masse volumique μ_B et de rayon R que l'on lâche dans un liquide de masse volumique μ et de viscosité η avec une vitesse initiale nulle. (Oz) est l'axe vertical descendant. On note $\vec{v} = v\overrightarrow{e_z}$ le vecteur vitesse de la bille par rapport au récipient contenant le liquide. On rappelle que la force de frottements de Stokes a pour norme $|6\pi\eta R v|$.

1. a. Faire un bilan des forces qui s'exercent sur la bille.
b. Définir le nombre de Reynolds. Donner sa plage de valeurs pour que la formule de la force de Stokes s'applique.
c. Déterminer l'équation vectorielle de la vitesse. Donner le temps caractéristique et un ordre de grandeur. Tracer $v(t)$.
d. On note v_{finale} la valeur de v lorsque t tend vers l'infini. Donner $v_{finale}(R^2)$. Donner l'unité de η et donner une méthode expérimentale pour le déterminer lorsqu'on a une vitesse limite atteinte rapidement.

2. Maintenant on étudie un capillaire de hauteur H, de rayon R sur lequel repose une cuve remplie de liquide de masse volumique μ et de viscosité η, uniformes, qui descend à la verticale. Attention, dans cette partie, (Oz) est vertical ascendant. On pose $\vec{v} = v\overrightarrow{e_z}$. On isole un cylindre d'axe (Oz), de rayon $r < R$. La résultante des forces de viscosité s'exerçant sur ce cylindre est de norme $||\vec{F}|| = \left|S\eta\frac{\partial v}{\partial r}\right|$, S étant la surface latérale du cylindre. On note P_1 et P_2 les pressions sur les faces horizontales du cylindre ("couvercles"). On étudie un régime laminaire quasi-stationnaire.

a. Faire un bilan des forces sur le cylindre de rayon r.
b. Justifier que v ne dépend pas de z, et montrer qu'on peut écrire $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} = kr$. Exprimer k en fonction de P_1, P_2, g, H, μ, η.
c. Comment varie $v(r)$? Tracer la courbe.
d. Déterminer le débit volumique à travers le capillaire.



MF-15: **Avion de tourisme (Thomas THEVENOT CCP 2018), problème peu guidé**

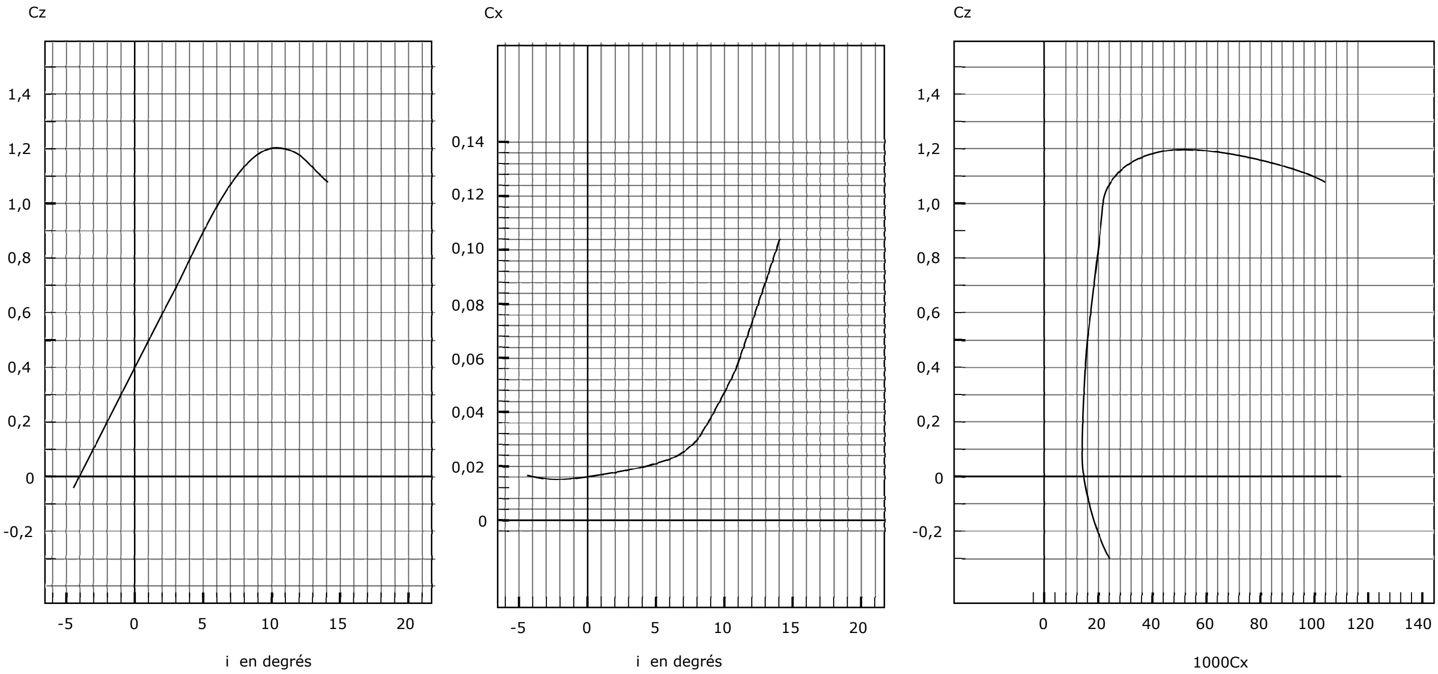
On donne sur la figure ci-dessous les courbes de C_x et C_z en fonction de l'angle d'incidence i, pour la voilure d'un avion. La puissance maximale de son moteur est $\mathscr{P} = 75\,\mathrm{kW}$. La masse de l'avion est $m = 700\,\mathrm{kg}$. Il a une voilure rectangulaire, d'envergure 10 m et de longueur de corde 1.2 m. La corde de l'avion est alignée avec l'axe de l'avion.

1. Dessiner un avion et représenter les forces qui s'appliquent à lui puis calculer la vitesse nécessaire pour que l'avion décolle, dans le cas où l'angle entre le sol et son axe longitudinal est nul.

2. A-t-il besoin pour cela de sa puissance maximale ?

3. Quel est l'angle α (entre le sol et son axe longitudinal) à choisir, en vol à altitude et vitesse constantes, pour rendre la puissance à fournir minimale ? donner cette valeur minimale de la puissance pour une vitesse de $200\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.

4. En phase d'atterrissage, avec le centre de masse de l'avion qui décrit une trajectoire rectiligne faisant un angle $\beta = 7°$ par rapport à l'horizontale, quel est l'angle α entre la corde et l'horizontale à ne pas dépasser ? Expliquer.



MF-16: **Ballon sonde et stabilité (Bilgehan TANRIVERDI CCP 2017)**

On s'intéresse pour commencer à l'atmosphère terrestre. On considère l'air comme un gaz parfait diatomique de masse molaire M, et de température uniforme T_0. Le champ de pesanteur, $\vec{g}$, est uniforme dans toute la zone de l'atmosphère étudiée. On travaille dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, et on note (Oz) l'axe vertical ascendant.

1. En l'absence de tout vent, quelle est l'équation locale vectorielle, faisant intervenir la pression, que l'on peut écrire en tout point de l'atmosphère étudiée ?

2. Établir la relation donnant la pression P en fonction de l'altitude z ; on introduira le "facteur d'échelle", que l'on notera H.

3. Établir de même la relation donnant la masse volumique μ en fonction de l'altitude z.

4. On considère un ballon sonde, de masse totale $m_b = 500\,\mathrm{g}$, considéré indéformable. Son volume total, $V_b = 500\,\mathrm{L}$, est donc invariable. Montrer qu'il existe une altitude d'équilibre z_{eq} pour ce ballon sonde. L'évaluer numériquement.

5. Étudier qualitativement la stabilité de cet équilibre vertical.

6. On étudie à présent les petits mouvements verticaux du ballon sonde autour de la position d'équilibre : on pose $z = z_{eq} + h$, avec $|h| \ll z_{eq}$. Déterminer la pulsation des petites oscillations.

MF-17: **Fissure dans une citerne (Mohamed BOUZOUBAA CCINP 2021, Raphaël CLUZEAUD CCP 2016)**

Une citerne d'eau a une hauteur intérieure $h_1 = 3.0\,\mathrm{m}$, une longueur intérieure $L_1 = 5.0\,\mathrm{m}$ et une largeur intérieure $\ell_1 = 4.0\,\mathrm{m}$. L'épaisseur de la paroi est $e = 20\,\mathrm{cm}$. Elle présente une fissure dans une de ses parois verticales, située à une hauteur moyenne de $d = 50\,\mathrm{cm}$ par rapport au fond. Pour une conduite rectangulaire de longueur (dans la direction quasiment horizontale de l'écoulement) e et de petite épaisseur w (avec $w << e$), en présence d'un écoulement de Poiseuille, le débit volumique est donné par : $Q_s = \dfrac{w^3 L \Delta P}{12 \eta e}$. La grande dimension (largeur) de la fissure est $L = 10\,\mathrm{cm}$. En haut de la citerne, l'ouverture est munie d'un bouchon imparfaitement étanche, dont le but est de quasiment empêcher l'évaporation.

1. Si on part d'une situation où la citerne est pleine d'eau, on constate au bout de deux mois, que le niveau a baissé d'environ 20 cm. Évaluer la petite épaisseur w de la fissure.

2. On réalise l'étanchéité du bouchon situé sur le dessus de la citerne. On ferme le bouchon en laissant 1 cm d'air entre le dessus de l'eau et le haut de la citerne. On assimile l'air à un gaz parfait. Évaluer la quantité d'eau maximale qui sera perdue dans ces conditions. Conclure.

MF-18: **Tube en U avec 3 fluides (Navale 2015)**

On considère un tube en U contenant du mercure. Dans la branche A, on verse de l'alcool, dans la branche B de l'eau. On observe que la surface libre de l'eau et la surface libre de l'alcool sont dans le même plan horizontal, et que le mercure présente une différence de niveau de 0,50 cm, entre les deux branches.

Déterminer les hauteurs h et h' d'eau et d'alcool dans les deux tubes.

Données :
Masse volumique du mercure, $\rho_{Hg} = 13.6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$
Masse volumique de l'alcool, $\rho_{Al} = 0.80\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$

MF-19: **Distribution d'eau en écoulement parfait (Etienne JEAN Centrale 2016 physique 2 avec préparation)**

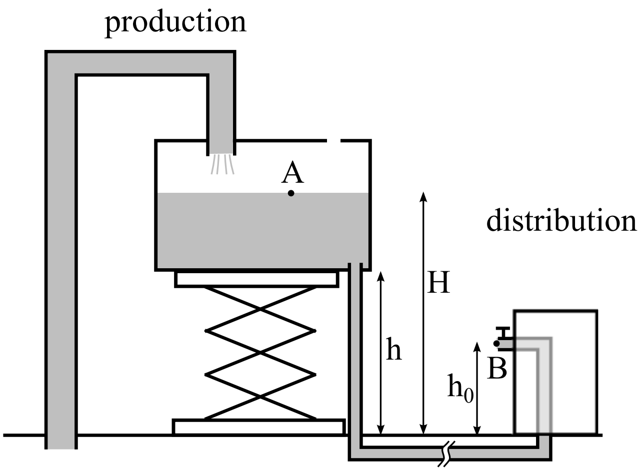
Le schéma décrit un système de de production et distribution d'eau. On donne $H = 8\,\mathrm{m}$, $h = 5\,\mathrm{m}$, $h_0 = 1\,\mathrm{m}$. Le diamètre de la conduite de distribution est $d = 5.0\,\mathrm{cm}$. On suppose tous les écoulements parfaits.

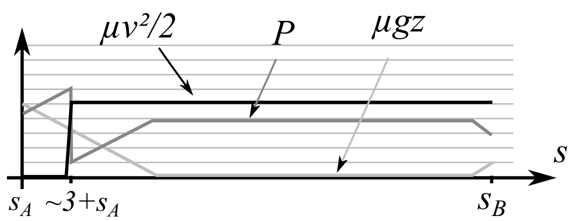
1. Donner, sous certaines hypothèses à justifier, le débit volumique en sortie de robinet (en B). Application numérique.

2. La figure ci-dessous (qui était fournie à Centrale sous forme de simulation python) donne l'évolution de P, de $\frac{1}{2}\mu v^2$ et de $\mu g z$ en fonction de l'abscisse curviligne s le long d'une ligne de courant allant de A à B (partie distribution). Commenter les courbes : discontinuités observées, évolution d'un point de vue énergétique.

3. Déterminer la puissance que doit fournir la pompe, à un débit donné, pour pouvoir envoyer l'eau dans le réservoir. On pourra supposer que la pompe tire l'eau depuis un lac situé à proximité).

4. Est-il plus efficace de remplir le réservoir par le haut comme sur le schéma, ou par le bas? Justifier d'un point de vue énergétique.





MF-20: **Jet d'eau et boulet (Théo JAN Centrale 2017; Clément VENINI Centrale 2015), avec préparation**

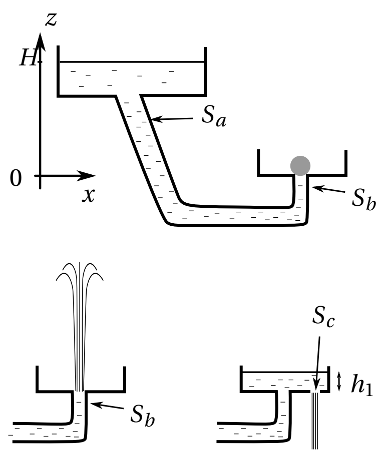
On considère le dispositif décrit sur la première figure ci-contre. Le réservoir supérieur est de très grande contenance; son niveau peut être considéré constant. On néglige la viscosité de l'eau. Les sections du tuyau sont S_a à l'entrée et S_b à la sortie.

1. Dans une première expérience, la sortie du tuyau est obstruée par un boulet sphérique en fonte, de masse $m = 150\,\mathrm{kg}$. La densité de la fonte est de l'ordre de 7. Quelle doit être la valeur de H pour déloger le boulet?

2. Le boulet étant retiré, un jet jaillit du tuyau, comme le montre la seconde figure. Quelle sera la hauteur maximale atteinte par les gouttes de ce jet?

3. Le bassin du bas est à présent rempli d'eau sur une hauteur h_1, et il est percé avec un trou de section S_c. Quelle doit être la valeur de S_c pour que h_1 soit constant et de valeur $2.0\,\mathrm{m}$?

4. Question bonus : dans le cas du jet, quelle est la distance horizontale maximale x_M que peut atteindre une goutte si le sol se trouve à l'altitude 0? On fera intervenir l'angle α entre la vitesse de la goutte à sa sortie du tuyau et la verticale ascendante.



MF-21: **P(z) et T(z) atmosphère (Nicolas ARBEZ CCP 2015), problème ouvert**

On s'intéresse à l'atmosphère au voisinage d'un rivage maritime en été. Le niveau de la mer repère l'origine de l'axe Oz vertical ascendant. La température de l'air à l'altitude $z = 0$ est $T_0 = 20$ degrés C. Elle diminue de 1,0 degré tous les $100\,\mathrm{m}$. L'air est assimilé à un gaz parfait.

1. Exprimer la masse volumique μ de l'air en fonction de la température, en négligeant les variations de pression. La calculer pour T_0.

2. Soit un volume d'air de $1.0\,\mathrm{m^3}$. Calculer la résultante des forces de pression qui agissent sur ce volume, en négligeant toujours les variations de pression en fonction de l'altitude.

3. Établir l'expression de la fonction $T(z)$. La masse volumique de l'air est-elle fonction croissante ou décroissante de l'altitude ?

4. En réalité, c'est le contraire, pourquoi ?

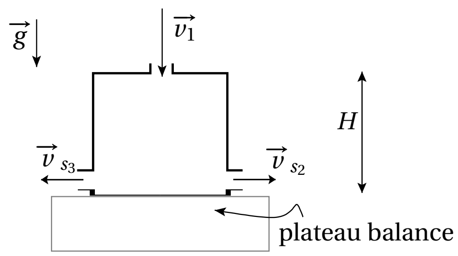
5. Si on prend en compte les variations de pression avec l'altitude, que devient la résultante des forces de pression qui agissent sur un volume d'air de $1.0\,\mathrm{m}^3$?

6. Établir puis résoudre l'équation différentielle donnant la pression en fonction de l'altitude.

MF-22: **Fluide en écoulement sur une balance (Centrale 2015)**

On considère l'écoulement de l'eau dans le dispositif dont une vue en coupe est fournie ci-contre. L'eau rentre dans le récipient par l'ouverture du dessus, dont la section est S_1, avec une vitesse $v_1 = 8.0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ et sort par les deux ouvertures du bas, dont les sections sont S_2 et S_3, avec $S_1 = S_2 = S_3 = 0.0010\,\mathrm{m}^2$. La section du récipient est $S = 0.50\,\mathrm{m}^2$, et la hauteur de l'eau est $H = 0.40\,\mathrm{m}$. Le tuyau qui amène l'eau est maintenu par un dispositif ; ainsi, ce tuyau d'arrivée n'appuie pas sur le récipient. Les deux ouvertures sur le côté sont "à l'air libre". La masse du récipient est $m_1 = 50\,\mathrm{g}$.

Le récipient repose sur le plateau d'une balance.



1. Comment effectue-t-on un bilan de quantité de mouvement pour un système en écoulement ?

2. Estimer le nombre de Reynolds de l'écoulement dans les tuyaux ; commenter le résultat.

3. On néglige dorénavant la viscosité. En raisonnant sur un système convenable, déterminer la force exercée par le plateau de la balance sur le récipient. En déduire l'indication de la balance.

4. On ferme le robinet d'arrivée de l'eau. Elle cesse donc de s'écouler par les deux ouvertures. L'indication de la balance sera-t-elle plus importante lorsque le fluide s'écoule ou lorsqu'il ne s'écoule pas ? pouvait-on s'y attendre ?

MF-23: **Fluide visqueux et plaque oscillante (Centrale)**

Un fluide de viscosité η se trouve au-dessus d'une plaque plane, infiniment longue selon x et y, d'épaisseur e ayant sa face supérieure en $z = 0$. Le fluide occupe tout l'espace $z > 0$. La plaque est en oscillation forcée : $\vec{v}_p = A\cos(\omega_0 t)\,\vec{u_x}$. On suppose que le champ des vitesses dans le fluide est donné par : $\vec{v}(z,t) = V(z)\cos(\omega_0 t + \Phi(z))\,\vec{u_x} = v(z,t)\,\vec{u_x}$.

La pression est indépendante de x.

1. Écrire l'équation aux dérivées partielles vérifiée par $v(z,t)$.

2. La résoudre et mettre en évidence une distance caractéristique.

MF-24: **Écoulement dans une tuyère (classique)**

Un fluide non visqueux, compressible, de masse volumique $\mu(x)$ s'écoule dans une tuyère dont la section $S(x)$ varie selon l'axe Ox. L'écoulement est unidimensionnel, et stationnaire. La vitesse d'écoulement du fluide est notée $v(x)$ en projection selon le vecteur $\vec{u_x}$. L'effet de la pesanteur est négligé dans tout l'exercice.

1. Dans la direction de l'axe Ox, la tuyère est d'abord convergente, puis divergente, elle présente donc un resserrement central. Faire un schéma de la situation.

2. **a.** Justifier que l'accélération d'une particule de fluide s'écrit :

$$\vec{a} = v(x)\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\vec{e_x}.$$

Écrire le principe fondamental de la dynamique appliqué à une particule de fluide, en justifiant les différents termes.

b. En déduire une relation entre $\mathrm{d}P$, $\mathrm{d}v$, v et μ, en considérant que $\mathrm{d}P$ et $\mathrm{d}v$ sont les petites variations des fonction P et v entre x et $x + \mathrm{d}x$.

c. Montrer que la célérité c du son dans un fluide vérifie la relation $c^2 = \dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\mu}$.

d. En déduire une relation entre c^2, v, $\mathrm{d}v$, μ et $\mathrm{d}\mu$.

3. **a.** Établir l'expression du débit massique D_m, et en déduire une relation liant v, $\mathrm{d}v$, μ, $\mathrm{d}\mu$, S, $\mathrm{d}S$.

b. Montrer que $-\dfrac{\mathrm{d}v}{v}f(v) = \dfrac{\mathrm{d}S}{S}$, expliciter $f(v)$.

4. Sachant que la pression P diminue le long de la tuyère, quand x augmente, comparer v à c le long de celle-ci.