

---

# LVH PSI Physique-Chimie

---

## Électronique

---

ELNQ-1: Oscillateur avec schéma bloc (CCINP 2025 Jules CHAMEROY, Nathanaël FERRIER), problème non guidé

ELNQ-2: Filtres d'ordre 1 (CCINP 2025 Chahine BARZANI), problème non guidé Fait en classe

ELNQ-3: Modulation et démodulation (CCINP 2025 Nils BOURGEOIS) Fait en classe

ELNQ-4: Filtre (CCINP 2024 Alexis GOUIN)

Fait en classe

ELNQ-5: Lampe à néon (Mines-Ponts 2024 Jonas VUILLEMIN)

ELNQ-6: Filtre anti-repliement, problème ouvert (Adalbert LUTZ CCINP 2023)

ELNQ-7: Détermination d'une mutuelle et d'auto inductances (Thomas EPAILLY CCINP 2021, Yvan FUCHS CCP 2017)

ELNQ-8: Oscillateur QS (CCINP 2023 Mathéo GIRARDET, Mathis BEGUET)

Fait en classe, mais voici quand-même une solution tapée :

1. Un ALI idéal a un gain infini, une impédance d'entrée infinie, une impédance de sortie nulle, un slew rate infini.

2. Avec le pont diviseur de tension, on a immédiatement, si l'ALI est idéal et en fonctionnement linéaire,  $\underline{v}_i = K \underline{v}_e$  avec  $K = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ .

3. On note  $\underline{Z}_{eq}$  l'impédance équivalente à  $R$  et  $C$  en parallèle.  $\underline{Z}_{eq} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$ . Si l'ALI est idéal, le pont diviseur de tension donne :

$$\underline{H} = \frac{\underline{Z}_{eq}}{\underline{Z}_{eq} + R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega - R^2C^2\omega^2} = \frac{1/3 \times 3jRC\omega}{1 + 3jRC\omega - R^2C^2\omega^2}$$

On peut encore écrire  $\underline{H}$  de la façon suivante :

$$\underline{H} = \frac{1/3}{\frac{1}{3jRC\omega} + 1 + \frac{jRC\omega}{3}}, \text{ ou encore } \underline{H} = \frac{1/3}{1 + j\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{RC\omega} + \frac{RC\omega}{1}\right)}$$

C'est bien de la forme  $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$ , avec

$$H_0 = \frac{1}{3}, Q = \frac{1}{3}, \text{ et } \omega_0 = \frac{1}{RC}.$$

4. Avec le diagramme de Bode de gain ci-joint, on retrouve bien  $H_0 = \frac{1}{3}$ , puisque  $20 \log(1/3) = -9,5 \text{ dB}$ .

On lit  $\omega_0 = 9.5 \times 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Puis on cherche la bande passante à -3 dB. On trouve les deux pulsations de coupure :  $\omega_b = 3 \times 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $\omega_h = 3 \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

On en déduit  $Q = \frac{\omega_0}{\omega_h - \omega_b} = \frac{9,5}{30 - 3} \approx 0,33$ .

5. Sachant que  $R = 1.0 \text{ k}\Omega$ ,  $C = \frac{1}{R\omega_0} = 1.1 \mu\text{F}$ .

6. Puisque  $\underline{v}_s = \underline{v}_e$ , on doit avoir, en régime linéaire,  $\underline{v}_s = K \underline{H} \underline{v}_s$ , d'où  $\underline{v}_s (K \underline{H} - 1) = 0$ , ou encore  $\underline{v}_s (K jRC\omega - 1 - 3jRC\omega + R^2C^2\omega^2) = 0$ , ce qui conduit à l'équation différentielle vérifiée par  $v_s(t)$  :

$$R^2C^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + (3 - K) RC \frac{dv_s}{dt} + v_s = 0.$$

7. Pour que  $v_s(t)$  soit purement sinusoïdale, il faut que l'équation différentielle soit celle d'un oscillateur harmonique, donc que  $K = K_0 = 3$ . La fréquence est alors  $f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$ .

8. En pratique, pour observer des oscillations permanentes, il vaut mieux choisir  $K$  légèrement supérieur à  $K_0$ , pour que le montage soit légèrement instable (les 3 coefficients de l'équation différentielle deviennent de signes non tous égaux) les oscillations puissent démarrer spontanément. Elles seront limitées grâce à la saturation en tension de l'ALI, qui est donc une qualité.

**ELNQ-9: Régime sinusoïdal forcé, problème ouvert (CCINP 2023 Maelys PROST, Mathieu ROBERT)**

Fait en classe

**ELNQ-10: Oscillateur de Hartley (Paul THOMAS Mines-Ponts 2022)**1. Appelons  $Z_{eq}$  l'impédance équivalente à l'ensemble formé de  $C$ ,  $L_1$  et  $L_2$ .

En raison des règles d'association en série et en parallèle, on peut écrire :  $Z_{eq} = \frac{j(L_1 + L_2)\omega}{jC\omega} = \frac{j(L_1 + L_2)\omega}{j(L_1 + L_2)\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{j(L_1 + L_2)\omega}{1 - (L_1 + L_2)C\omega^2}$ .

En utilisant le théorème du pont diviseur de tension, et en notant  $\underline{u}_A$  la tension aux bornes de cette impédance  $Z_{eq}$ , on peut écrire :

$$\frac{\underline{u}_A}{\underline{u}_e} = \frac{Z_{eq}}{R + Z_{eq}}$$

En utilisant encore le théorème du pont diviseur de tension, on peut écrire aussi :  $\frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_A} = \frac{jL_2\omega}{j(L_1 + L_2)\omega} = \frac{L_2}{L_1 + L_2}$ .En utilisant les deux relations précédentes, on obtient :  $\frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_e} = \frac{jL_2\omega}{j(L_1 + L_2)\omega + R - RC(L_1 + L_2)\omega^2}$ .En étudiant le comportement pour  $\omega$  très petit puis pour  $\omega$  très grand, on voit bien qu'il s'agit d'un filtre passe-bande. On peut alorsle mettre sous une de ses deux formes canoniques, par exemple  $\frac{Kj\frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$ .

On commence par retravailler l'expression pour que le terme constant du dénominateur soit un 1 :

$$\frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_e} = \frac{\frac{jL_2\omega}{R}}{1 + \frac{j(L_1 + L_2)\omega}{R} - C(L_1 + L_2)\omega^2}$$

Puisque cette expression doit être égale à celle de la forme canonique pour tout  $\omega$ , on a le droit d'identifier terme à terme :

$$K\frac{1}{Q\omega_0} = \frac{L_2}{R} \text{ et } \frac{L_1 + L_2}{R} = \frac{1}{Q\omega_0} \text{ et } \frac{1}{\omega_0^2} = (L_1 + L_2)C.$$

En combinant ces 3 équations, on trouve  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$ ,  $K = \frac{L_2}{L_1 + L_2}$  et  $Q = R\sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$ .La valeur maximale du module est  $K$ , la pulsation caractéristique (qui est la pulsation centrale) est  $\omega_0$ , le facteur de qualité est  $Q$ , et la bande passante à -3 dB en termes de pulsation est  $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC}$ .2. Dans la partie droite du schéma de l'énoncé, on reconnaît un montage ampli non inverseur :  $\frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_2} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ .Puisqu'il y a un fil qui reboucle la sortie sur l'entrée, on a  $\underline{u}_s = \underline{u}_e$ , et donc  $\frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_2} \times \frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_e} = 1$ .Cette équation complexe conduit à deux équations réelles :  $1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 0$  et  $\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \times K = 1$ .C'est-à-dire  $\omega = \omega_0$  et  $L_2(R_1 + R_2) = R_1(L_1 + L_2)$ .3. Cherchons l'équation différentielle qui régit  $u_s(t)$  : Grâce au travail précédent, on peut écrire :

$$\underline{u}_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \times \frac{Kj\frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}} \underline{u}_s, \text{ d'où :}$$

$$u_s(t) + \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 u_s}{dt^2}(t) + \frac{1}{Q\omega_0} \left(1 - K\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right) \frac{du_s}{dt}(t) = 0.$$

Le démarrage spontané est obtenu lorsque le système est légèrement instable. Il faut donc que la grande parenthèse soit négative, donc que  $1 - K\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) < 0$ , c'est-à-dire  $L_2(R_1 + R_2) > R_1(L_1 + L_2)$  (mais très peu supérieur).

4. En pratique, les oscillations sont limitées en amplitude par les saturations en tension de l'ALL.

5.  $u_2(t)$  est plus sinusoïdal que  $u_s(t)$  car  $u_2(t)$  est la tension à la sortie du filtre passe-bande.**ELNQ-11: Sonomètre (CCINP Anaïs DEWEVER 2023, Aurélien VAUGE 2015), Pb ouvert**

Fait en classe

**ELNQ-12: Filtre passe-bas, problème ouvert (CCINP Nicolas AUBRY 2023, Leandros MURENA 2022, Quentin MAILLARD-SALIN 2022)**

Fait en classe

**ELNQ-13: Echantillonnage (Eloïse BAUD CCINP 2021)**

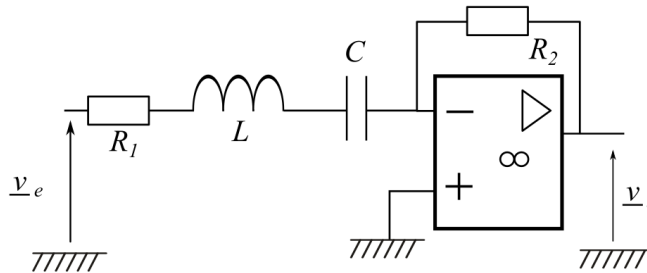
Fait en classe

**ELNQ-14: Filtre passe-bande, problème ouvert (Arnaud TOURNERET CCINP 2021)**

Tout d'abord, on remarque que la valeur max du module de la fonction de transfert est supérieure à 1. En effet, 0,50 dB est une valeur strictement positive. Plus précisément  $20\log(|H|) = 0,50$  conduit à  $|H| = 10^{0,025} = 1,06$ .

On ne peut donc pas utiliser un simple circuit RLC série, car le module de la fonction de transfert ne pourrait dépasser la valeur de 1.

1. Il faut donc élaborer un montage plus compliqué, par exemple avec un ALI. Le plus simple est de prendre une structure de même allure que l'ampli inverseur, mais avec autre chose que deux résistances. Par exemple le circuit ci-dessous.



On a immédiatement, 
$$\frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1 + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = -\frac{jR_2C\omega}{1 + jR_1C\omega - LC\omega^2} = -\frac{R_2}{R_1} \times \frac{jR_1C\omega}{1 + jR_1C\omega - LC\omega^2},$$

qui est de la forme canonique 
$$\frac{Kj\frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}},$$
 avec  $K = -\frac{R_2}{R_1}$ ,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $Q = \frac{1}{R_1C\omega_0} = \frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{L}{C}}$ .

Numériquement, il faut  $\frac{R_2}{R_1} = 1,06$ ,  $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1.0 \times 10^4$  et  $\frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{L}{C}} = 0,50$ .

On peut prendre arbitrairement  $L = 0.10\text{H}$ ; il vient alors  $C = 2.5\text{nF}$ ,  $R_1 = 12.6\text{k}\Omega$  et  $R_2 = 13.3\text{k}\Omega$ .

2. Le cas A est impossible, comme dit en introduction.

Les cas B et C sont possibles, et il vaut mieux utiliser, en plus de l'ALI, uniquement des résistances et des condensateurs, car on trouve facilement des valeurs adaptées à nos besoins, et en plus, les bobines réelles ont des résistances internes non négligeables, alors que les condensateurs ont peu de défauts. Et il existe des montages avec un (ou plusieurs) ALI, des résistances et des condensateurs, qui se comportent comme des filtres passe-bande. Par exemple le montage à pont de Wien. On peut lui ajouter un ampli derrière, pour avoir un module max de la fonction de transfert supérieur à 1.

**ELNQ-15: Décalage en fréquence (Martin BELLONCLE CCP 2018)**

1. Le condensateur est initialement déchargé, donc quand  $u_e$  devient positif, la diode devient passante, sinon, elle devrait subir une tension positive, ce qui est impossible pour une diode idéale. Et si elle est passante,  $u_s = u_e$ . Ceci fonctionne tant que  $u_e > 0$  et croissant. En effet,  $i = C \frac{du_s}{dt}$  est positif quand  $u_s$  est croissante, mais deviendrait négatif pour  $u_s$  décroissante, ce que la diode ne supporte pas. Donc au moment où  $u_e$  commence à décroître, la diode se bloque, ce qui fait qu'il n'y a plus de courant dans le condensateur, donc la tension à ses bornes ne varie plus.

2. On reconnaît dans le second montage un détecteur de crête. Il permet de ne garder que les crêtes du signal d'entrée. La diode devient passante quand  $u_e$  est croissant et de grande valeur, puis après la crête, la diode se bloque, et le condensateur se décharge légèrement dans la résistance.

On manque d'informations pour savoir si le taux de modulation  $m$  est inférieur ou supérieur à 1, il faudrait disposer d'un enregistrement de durée plus longue. Mais il semble que  $m < 1$ .

3. Dans la partie du haut, on reconnaît un intégrateur pur (de sortie qu'on note  $u_1$ ), un détecteur de crête (de sortie qu'on note  $v_1$ ), un suiveur (de sortie qu'on note  $w_1$ ).

Dans la partie du bas, on reconnaît un dérivateur (de sortie qu'on note  $u_2$ ), un détecteur de crête (de sortie qu'on note  $v_2$ ), un suiveur (de sortie qu'on note  $w_2$ ).

Et tout à droite, le montage comportant les 4 résistances  $R_0$  est un soustracteur. En effet, on a aisément  $v^+ = \frac{w_2}{2}$  et  $v^- = \frac{w_1+s}{2}$ , d'où, en admettant que ce dernier ALI est idéal et fonctionne en régime linéaire :  $\frac{w_1+s}{2} = \frac{w_2}{2}$ , d'où  $s = w_2 - w_1$ .

En notation complexe,  $\underline{v}_1 = \frac{-1}{jR_0C_0(\omega_0 + \Delta\omega)} \underline{e} = \frac{-1}{j(1+R_0C_0\Delta\omega)} \underline{e} \approx j(1 - R_0C_0\Delta\omega) \underline{e}$ , puisque  $RC\omega_0 \gg 1$ .

Et d'autre part,  $\underline{v}_2 = -jR_0C_0(\omega_0 + \Delta\omega) \underline{e} = -j(1 + R_0C_0\Delta\omega) \underline{e}$ .

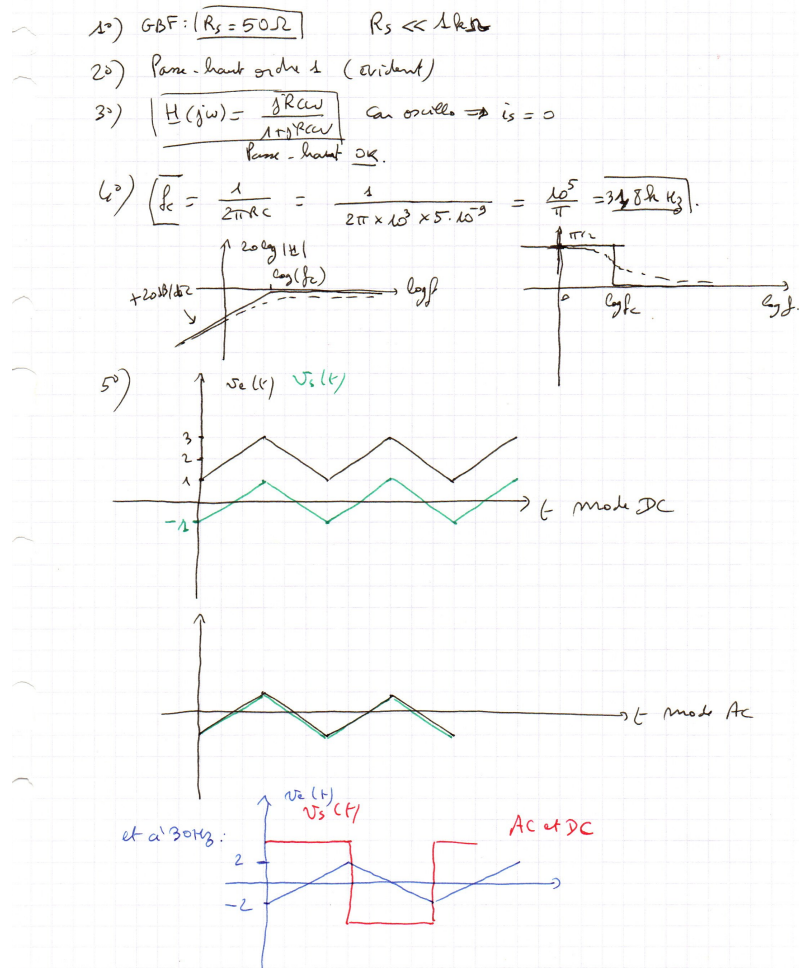
Les tensions  $v_1$  et  $v_2$  sont donc des sinusoïdes d'amplitudes  $(1 - R_0C_0\Delta\omega) E$  et  $(1 + R_0C_0\Delta\omega) E$ .

Du fait de la présence des deux détecteurs de crête, on a donc  $w_1 = (1 - R_0C_0\Delta\omega) E$  et  $w_2 = (1 + R_0C_0\Delta\omega) E$ .

Le soustracteur donne alors  $s(t) = 2R_0C_0\Delta\omega E$ .

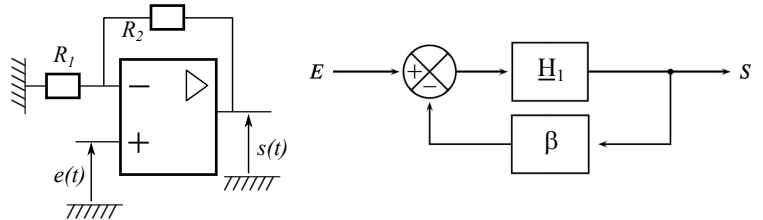
Ce montage peut être utilisé dans le cadre d'un effet Doppler car il permet d'obtenir une tension proportionnelle à la petite différence de pulsation entre deux sinusoïdes. Ces deux sinusoïdes peuvent être celle émise et celle reçue d'un objet se déplaçant, l'effet Doppler ayant pour conséquence une petite différence de pulsation entre les deux signaux.

**ELNQ-16: Signal temporel à partir de la fonction de transfert (Timon BEN EL HADJ CCINP 2022)**



**ELNQ-17: Montage à ALI non idéal; schéma-bloc (Caroline JANNIN CCP 2018)**

On reconnaît un montage ampli. non inverseur. Si l'ALI est idéal, vu qu'il fonctionne en régime linéaire, on a (cf cours)  $\frac{s}{e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$ .



2. On considère à présent que l'ALI est non idéal. Sa fonction de transfert interne est  $\frac{s}{e} = \underline{A} = \frac{A_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$ .

a. Dans le schéma-bloc, la sortie du comparateur correspond à  $\underline{\varepsilon}$ , et la sortie de la chaîne de retour correspond à  $\underline{v}^-$ . L'entrée du montage est  $\underline{e}$ , c'est-à-dire  $\underline{v}^+$ .

b.  $\underline{H}_1 = \underline{A} = \frac{A_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$  et  $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ .

c.  $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{H}_1(j\omega)}{1 + \underline{H}_1(j\omega) \times \beta} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$ , avec  $H_0 = \frac{A_0 (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_1 A_0}$  et  $\omega_c = \frac{\omega_0 (R_1 + R_2 + R_1 A_0)}{R_1 + R_2}$ .

Les diagrammes de Bode asymptotiques de  $\underline{H}(j\omega)$  sont :

Pour le gain, un plateau à  $20 \log(|H_0|)$  puis une pente à  $-20 \text{ dB/déc}$ , avec une cassure à  $\omega_c$ .

Pour la phase, un plateau à  $0$  puis un plateau à  $-\pi/2$ , avec un saut à  $\omega_c$ .

d. Sur le diagramme du gain, les deux diagrammes de Bode ont en commun l'asymptote oblique à  $-20 \text{ dB/décade}$ . Mais les plateaux horizontaux ne sont pas de même valeur, et les pulsations de cassure sont différentes. Ce qui est commun entre les deux diagrammes asymptotiques de gain est le facteur de mérite :  $H_0 \times \omega_c = A_0 \times \omega_0$ .

e. Pour retrouver le cas de l'ALI idéal, il faut faire tendre  $A_0$  vers  $\infty$ .

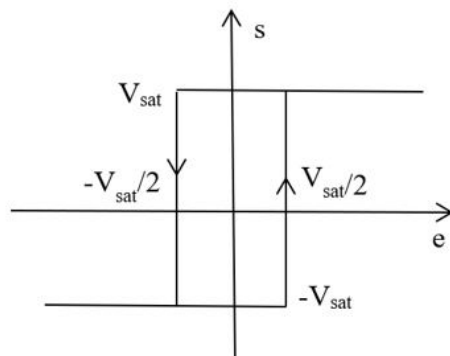
**ELNQ-18: Transitoire dans un circuit RL (Alexandre Gaffet CCP 2016)**

1. C'est le courant dans la bobine qui est continu. Donc à  $t = 0^+$ , tout le courant passe dans  $R/2$ , puis  $s(O^+) = \frac{E}{3}$ .
2.  $s(\infty) = 0$  car la bobine est assimilable à un fil en régime "continu".
3.  $s(t) + 3 \frac{L}{R} \frac{ds}{dt}(t) = 0$ .  $s(t) = \frac{E}{3} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ , avec  $\tau = 3 \frac{L}{R}$ .

La courbe présente un saut, à  $t = 0$ , de 0 à  $E/3$ . Ensuite, l'allure est une exponentielle décroissante tendant vers 0.

### ELNQ-19: Trigger de Schmidt (Agathe BERNIER Mines-Ponts 2015)

1.  $\varepsilon = V^+ - V^- = V^+$ . Si  $V^+ > 0$  alors  $s = +V_{sat}$
2. La loi des nœuds exprimées avec les potentiels s'écrit :  $\frac{e-V^+}{R} = \frac{V^+-s}{2R}$ , d'où  $V^+ = 2e/3 + s/3$
3. On a  $s = -V_{sat}$  tant que  $\varepsilon < 0$ , c'est-à-dire tant que  $V^+ < 0$ , c'est-à-dire  $\frac{2e}{3} - \frac{V_{sat}}{3} < 0$ , soit  $e < \frac{V_{sat}}{2}$ . Donc l'ALI sort de la saturation basse (donc sa sortie passe de  $-V_{sat}$  à  $+V_{sat}$ ) lorsque  $e$  atteint  $V_1$ , avec  $V_1 = \frac{V_{sat}}{2}$ .  
On a  $s = +V_{sat}$  tant que  $\varepsilon > 0$ , c'est-à-dire tant que  $V^+ > 0$ , c'est-à-dire  $\frac{2e}{3} + \frac{V_{sat}}{3} > 0$ , soit  $e > -\frac{V_{sat}}{2}$ . Donc l'ALI sort de la saturation haute (donc sa sortie passe de  $+V_{sat}$  à  $-V_{sat}$ ) lorsque  $e$  atteint  $V_2$ , avec  $V_2 = -\frac{V_{sat}}{2}$ .
4. Voir ci-contre



5. A 13 chiffres :  $\sum_{k=0}^{12} 2^k = \frac{2^{13} - 1}{2 - 1} = 2^{13} - 1 = \underline{8191}$  ;

à 14 chiffres  $\sum_{k=0}^{13} 2^k = 2^{14} - 1 = \underline{16383}$  ;

Avec 4 chiffres décimaux, le maximum est 9999 il faut donc 14 triggers de Schmitt.

- Pour obtenir un oscillateur de relaxation, on peut reboucler ce montage au moyen d'un circuit intégrateur, illustré ci-contre.
- En notation complexe, on aurait  $\underline{e} = -\frac{1}{jRC\omega} \underline{s}$ , d'où l'équation différentielle :

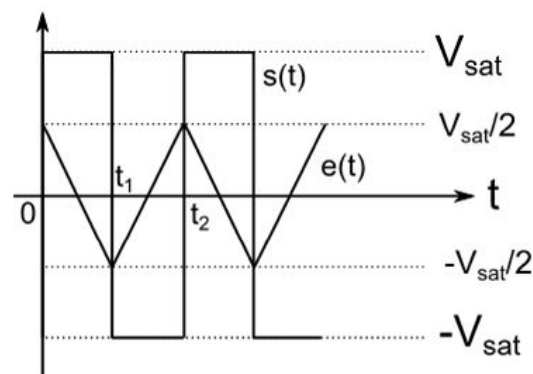
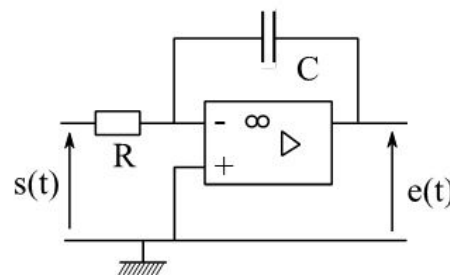
$$s(t) = -RC \frac{de}{dt}(t),$$

ou  $e(t) = -\frac{1}{RC} \int_{t_0}^t s(t) dt + e(t_0)$ . On voit donc que quand le trigger de Schmitt est en saturation haute,  $e(t)$  est une rampe décroissante, donc peut atteindre la valeur de basculement  $-V_{sat}/2$ , puis le trigger de Schmitt est en saturation basse et  $e(t)$  est une rampe croissante, donc  $e(t)$  recroît jusqu'à  $+V_{sat}/2$ , et ainsi de suite. Le dessin ci-contre correspond à une origine des temps quand  $s$  passe de  $-V_{sat}$  à  $+V_{sat}$ .

- Compte tenu des similitudes des 2 phases de fonctionnement, leurs durées sont égales et pour la première phase,

$$V_{sat} = -RC \frac{de}{dt}(t) = -RC \frac{(-\frac{V_{sat}}{2}) - (\frac{V_{sat}}{2})}{t_1}, \text{ d'où } t_1 = RC,$$

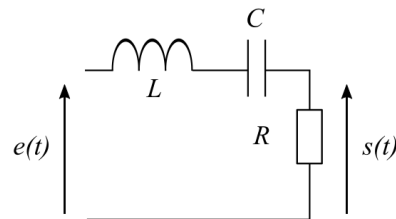
puis  $T = 2RC$ .



### ELNQ-20: (Manon Sudre CCP 2016)

On écrit la loi des mailles, puis on la dérive par rapport au temps, et on se sert des relations

1. constitutives pour  $R$ ,  $L$ , puis  $C$ . On obtient  $\frac{L}{R} \frac{d^2 u_R}{dt^2}(t) + \frac{du_R}{dt}(t) + \frac{u_R(t)}{RC} = \frac{de}{dt}(t)$



2. On passe facilement de l'équation différentielle à la fonction de transfert :  $\underline{H}(j\omega) = \frac{u_R}{e} = \frac{j\omega}{-\frac{L}{R}\omega^2 + j\omega + \frac{1}{RC}}$ .

On modifie l'expression pour la mettre sous la forme demandée :  $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{2\pi Lf}{R} - \frac{1}{2\pi RCf}\right)}$ .

Puisque cette expression doit être égale à celle de l'énoncé pour toute valeur de la fréquence  $f$ , on a le droit d'identifier terme à terme :  $H_0 = 1$ ,  $\frac{Q}{f_0} = \frac{2\pi L}{R}$  et  $Qf_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ . On en déduit  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  et  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ .

On voit aisément que le module de la fonction de transfert tend vers 0 quand  $f$  tend vers 0 ou  $+\infty$ , donc c'est un filtre passe-bande.

3. On retrouve sur le dessin que  $H_0 = 1$  (valeur max atteinte par le module de  $\underline{H}$ ).

Ce max est atteint pour  $f = f_0$ , donc  $f_0 = 40\text{kHz}$ .

Enfin, on montre facilement que les deux asymptotes obliques se coupent en  $\frac{H_0}{Q}$  (et pour  $f = f_0$ , d'où  $Q = 10$ ).

4. Pour  $t > 0$ , l'équation différentielle est  $\frac{L}{R} \frac{d^2 u_R}{dt^2}(t) + \frac{du_R}{dt}(t) + \frac{u_R(t)}{RC} = 0$ ,

c'est-à-dire  $\frac{d^2 u_R}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_R}{dt}(t) + \omega_0^2 u_R(t) = 0$ , avec  $\omega_0 = 2\pi f_0$ .

Le discriminant de l'équation caractéristique est  $\Delta = \omega_0^2 \left( \frac{1}{Q^2} - 4 \right) < 0$ .

Les deux solutions de l'équation caractéristique sont donc  $r_1 = -\frac{\omega_0}{2Q} - j\frac{\omega_0}{2} \sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}}$  et  $r_2 = -\frac{\omega_0}{2Q} + j\frac{\omega_0}{2} \sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}}$ .

On pose (pseudo-pulsation)  $\omega = \frac{\omega_0}{2} \sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}}$ .

On obtient alors  $u_R(t) = Ae^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \cos(\omega t + \varphi)$ .

### ELNQ-21: FFT (Électronique numérique)

1. Deux raies à cause du repliement du spectre, dû à l'échantillonnage. Comme on nous dit que Shannon-Nyquist a été respecté, on a  $f < f_e/2$  et donc les deux raies qu'on voit sont  $f$  et  $f_e - f$ , donc  $f = 100\text{ Hz}$  et  $f_e = 500\text{ Hz}$ .

2. Nombre d'échantillons au total :  $N = T_a/T_e = f_e T_a = 128$ .

3. On conserve la valeur de  $f_e$  trouvée précédemment. Si le critère de Nyquist-Shannon n'était pas vérifié, d'autres valeurs de  $f$  donnant le spectre de la première figure pourraient être :

$f = 400\text{ Hz}$ , donc  $f_e - f = 100\text{ Hz}$ .

$f = 600\text{ Hz}$ , donc  $f - f_e = 100\text{ Hz}$ .

$f = 900\text{ Hz}$ , donc  $2f_e - f = 100\text{ Hz}$ .

Etc,

4. Lors du calcul du spectre d'un signal échantillonné (avec un algorithme FFT), on n'affiche le spectre que pour des fréquences inférieures à  $f_e/2$ . Ceci permet de ne voir que les vraies fréquences quand Shannon-Nyquist est vérifié.

5. C'est la durée totale d'acquisition,  $T_a$ , qui a été augmentée, de façon à améliorer la résolution (précision sur l'échelle horizontale) du spectre. Et comme la fréquence d'échantillonnage n'a pas été changée, c'est le nombre d'échantillon  $N_e$  qui a été augmenté.

On veut pouvoir distinguer les deux raies, situées à  $100\text{ Hz}$  et  $110\text{ Hz}$ . Il faut donc  $\frac{f_e}{N_e} \ll (110 - 100)$ , donc  $N_e \gg 50$ .

La forme mathématique de  $s_2(t)$  est  $s_2(t) = A \cos(200\pi t + \varphi) + B \cos(220\pi t + \psi)$ .