

4.5 Forces dans les fluides-Exercice 6

Le skiff est une embarcation légère (8 m et 14 kg) destinée à un seul rameur ce qui lui confère rapidité et maniabilité. Le bateau à huit rameurs, plus long et plus lourd (20 m et 96 kg), bénéficie de la force combinée des huit rameurs. Ceux-ci exercent un couple important sur les avirons permettant au bateau d'atteindre une vitesse plus élevée. Le skiff navigue à une vitesse moyenne d'environ 17,4 km/h tandis que le bateau à huit rameurs atteint environ 21,4 km/h.

On donne la viscosité dynamique de l'eau : $\eta = 10^{-3}$ Pa.s

- a-Définir le nombre de Reynolds et expliquer sa signification physique.
- b-Calculer le nombre de Reynolds pour le skiff et le bateau à huit rameurs puis en déduire le type d'écoulement. Estimer le coefficient de traînée C_x .
- c-A partir de la poussée d'Archimède, calculer la surface frontale S pour chaque embarcation.
- d-On définit la force de traînée : $F = \frac{1}{2} \rho C_x S v^2$
Calculer la puissance nécessaire pour maintenir chaque bateau à sa vitesse moyenne.
- e-En supposant une puissance maximale disponible P_{max} , déterminer la vitesse maximale atteignable par chacun des bateaux. Estimer l'influence du nombre de rameurs sur cette vitesse maximale.

a-Nombre de Reynolds : $R_e = \frac{\rho V L}{\eta}$ avec : L longueur caractéristique de l'écoulement
 V vitesse caractéristique de l'écoulement
 ρ masse volumique du fluide
 η viscosité dynamique

$R_e < 1$: écoulement laminaire $R_e > 1$: écoulement turbulent

b-Skiff : $R_e = \frac{10^3 \cdot \frac{17,4}{3,6} \cdot 8}{10^{-3}} = 4 \cdot 10^7$ Huit : $R_e = \frac{10^3 \cdot \frac{21,4}{3,6} \cdot 20}{10^{-3}} = 1 \cdot 10^8$ L'écoulement est turbulent
En s'appuyant sur le cas de la sphère du cours ($C_x = 0,45$), on prend $C_x = 0,4$.

c-Selon l'axe vertical, il y a équilibre entre le poids total mg du bateau et des passagers et la poussée d'Archimède $\rho V_{imm} g$ exercée par le fluide : $m = \rho V_{imm} = \rho L S$. Donc : $S = \frac{m}{\rho L}$
Skiff : $S = \frac{14+80}{10^3 \cdot 8} = 0,012$ m² Huit : $S = \frac{96+8.80}{10^3 \cdot 20} = 0,037$ m²

d- $P = F \cdot v = \frac{1}{2} \rho C_x S v^3$
Skiff : $P = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 0,012 \cdot \left(\frac{17,4}{3,6}\right)^3 = 265$ W Huit : $P = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 0,037 \cdot \left(\frac{21,4}{3,6}\right)^3 = 1546$ W

e- $P_{max} = \frac{1}{2} \rho C_x S v_{max}^3$ donc : $v_{max} = \sqrt[3]{\frac{2P_{max}}{\rho S C_x}}$

Soit N le nombre de rameurs. P_{max} est proportionnelle à N .

A la masse du bateau près, m est proportionnelle à N . Donc V_{imm} est proportionnel à N . On en déduit que S est proportionnelle à $N^{2/3}$. Alors $\frac{2P_{max}}{\rho S C_x}$ est proportionnel à $N^{1/3}$.

On en déduit que v_{max} varie en $N^{1/6}$

C'est la raison pour laquelle la vitesse n'augmente pas beaucoup entre le skiff et le bateau de huit.

En effet : $\frac{v_{max huit}}{v_{max skiff}} = 8^{1/6} = 1,4$