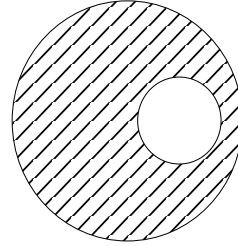


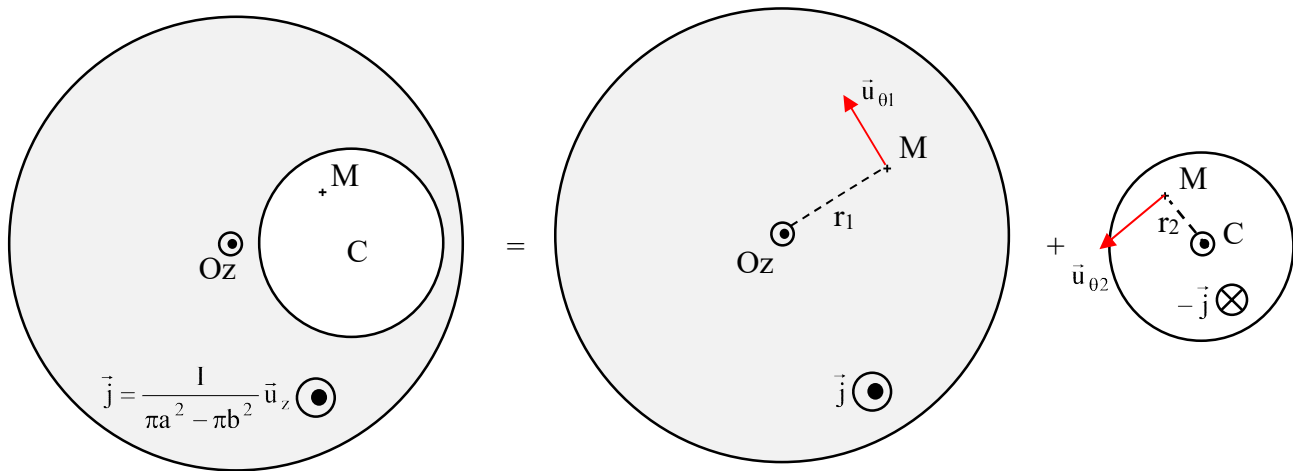
5.3.1 Champs magnétiques-Exercice 2

Un cylindre droit, de rayon a , présente une cavité cylindrique vide de rayon b .
Il est traversé, de façon uniforme, par un courant d'intensité I .

Montrer que le champ magnétique est uniforme dans la cavité.



Le câble avec cavité peut être remplacé par deux câbles pleins selon la superposition suivante :



On aura : $\vec{B}(M) = \vec{B}_1(M) + \vec{B}_2(M)$

Calcul de $\vec{B}_1(M)$:

- Invariance par translation selon Oz et rotation autour de Oz : $\vec{B}_1(M) = \vec{B}_1(r_1)$
- Le plan $(M, \vec{u}_{r1}, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie des courants $\Rightarrow \vec{B}_1(M) = B(r_1)\vec{u}_{\theta1}$

Théorème d'Ampère pour le cercle de rayon r_1 d'axe Oz : $\oint_{(C)} \vec{B}_1(M) \cdot d\vec{r}(M) = \mu_0 I_{\text{à travers}(C)}$

$$\oint_{(C)} \vec{B}_1(M) \cdot d\vec{r}(M) = \oint_{(C)} B(r_1) \vec{u}_{\theta1} \cdot r_1 d\theta_1 \vec{u}_{\theta1} = 2\pi r_1 B(r_1) \quad \text{et} \quad I_{\text{à travers}(C)} = \iint_{\text{disque rayon } r_1} \vec{j} \cdot d\vec{S} = j\pi r_1^2$$

Donc : $2\pi r_1 B(r_1) = \mu_0 j\pi r_1^2$ et finalement : $\vec{B}_1(M) = \frac{1}{2}\mu_0 j r_1 \vec{u}_{\theta1}$

Calcul de $\vec{B}_2(M)$: en utilisant l'étude précédente on a directement $\vec{B}_2(M) = -\frac{1}{2}\mu_0 j r_2 \vec{u}_{\theta2}$

$$\text{Donc : } \vec{B}(M) = \frac{1}{2}\mu_0 j r_1 \vec{u}_{\theta1} - \frac{1}{2}\mu_0 j r_2 \vec{u}_{\theta2} = \frac{1}{2}\mu_0 j (r_1 \vec{u}_{\theta1} - r_2 \vec{u}_{\theta2})$$

Pour conclure il faut remarquer que : $\vec{u}_{\theta1} = \vec{u}_z \wedge \vec{u}_{r1}$ et $\vec{u}_{\theta2} = \vec{u}_z \wedge \vec{u}_{r2}$

$$\text{Donc : } r_1 \vec{u}_{\theta1} - r_2 \vec{u}_{\theta2} = \vec{u}_z \wedge (r_1 \vec{u}_{r1} - r_2 \vec{u}_{r2}) = \vec{u}_z \wedge (\vec{OM} - \vec{CM}) = \vec{u}_z \wedge \vec{OC}$$

$$\text{Finalement : } \vec{B}(M) = \frac{1}{2}\mu_0 j \vec{u}_z \wedge \vec{OC} \quad \text{soit : } \boxed{\vec{B}(M) = \frac{1}{2}\mu_0 \vec{j} \wedge \vec{OC}}$$

Ce champ magnétique est bien uniforme dans la cavité car il est indépendant de M.