

Semaine du 1er juin 2026 :

Analyse : Chapitre 11 : intégration

Algèbre : chapitre 13 : application linéaire, dimension finie, matrice Analyse : chapitre 12 :
série numérique (jusqu'à convergence absolue EXCLUE)

ALgèbre : chapitre 14 : déterminant (cours uniquement, partie 1 et 2)

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

► **AL14 : déterminant**

- Qu'est ce que le déterminant d'une famille de vecteur ?
- Donner les formules et les moyens mémo-technique pour le calcul en dim 2 ou 3.
- Qu'est ce que le déterminant d'un endomorphisme ? Pourquoi ne dépend-il pas de la base ?

► **AN13 : Séries numériques**

- Qu'est ce qu'une série ?
- Qu'appelle-t-on somme partielle ? Qu'est-ce qu'une série convergente ?
- Pourquoi l'étude des séries à termes positives est-elle facilitée ? Quels critères de convergence pour ces séries ?
- Présentez la comparaison série/intégrale.

- Convergence et sommes éventuelles des séries usuelles $\sum q^n$, $\sum \frac{z^n}{n!}$, $\sum \frac{1}{n^\alpha}$

► **AL13 : Applications linéaires en dimension finie, matrices**

- Expliquer comment le fait de donner l'image d'une base caractérise l'application linéaire.
- Qu'est ce que le rang ? Quel est l'effet d'une composition sur le rang ? Que dire du cas particulier de la composition par un isomorphisme ?
- Énoncer le théorème du rang. Idée de la preuve ?
- Quelles conséquences a la dimension finie sur l'injectivité, la surjectivité, la bijectivité ? (plusieurs théorèmes...)
- Qu'est-ce qu'un hyperplan ? Quel lien avec les applications linéaires ?
- Qu'est-ce que l'équation d'un hyperplan ?
- Qu'est ce que la matrice d'une applications linéaires ? Pourquoi parle-t-on de deux bases ?
- Quelles correspondances entre opération sur les matrices et opération sur les applications linéaires ?
- Qu'est ce qu'une matrice de passage ?
- Donner les formules de changement de base, pour les vecteurs et pour les matrices d'applications linéaires.

► **AN11 : Intégration**

- Qu'est ce qu'une fonction en escalier ? Comment est définie l'intégrale d'une telle fonction ?
- Comment définit-on l'intégrale d'une fonction continue sur un segment $[a, b]$?
- Énoncer le théorème fondamental du calcul intégrale et donner l'idée de la preuve.
- Formule d'intégration par partie ?
- Formule de changement de variable ?
- Qu'appelle-t-on positivité de l'intégrale ? Et croissance de l'intégrale ?
- Que dire d'une fonction continue positive telle que $\int_{[a,b]} f = 0$?
- Qu'appelle-t-on somme de Riemann ? Énoncez le théorème de convergence des sommes de Riemann.

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

- ▶ Montrer qu'une application est linéaire et calculer son noyau et son image.
- ▶ Reconnaître une symétrie ou une projection, trouver ses éléments caractéristiques.
- ▶ Utiliser le théorème de convergence des sommes de Riemann.
- ▶ Exploiter la croissance de l'intégrale pour obtenir des inégalités, **en particulier pour une comparaison série et intégrale**
- ▶ Etudier, avec guide, des fonctions définies par des intégrales.
- ▶ Utiliser les critères de convergence des séries à termes positifs sur des exemples simples.



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

- ▶ Montrez que si $f \in \mathcal{L}(E, F)$ avec $\dim(E) = \dim(F)$, alors f injective ssi f surjective ssi f bijective.
- ▶ Énoncez et démontrez le critère d'équivalence pour la convergence des SATP.
- ▶ Montrez qu'une famille de vecteurs \mathcal{F} est une base si et seulement si $\det_{\mathcal{B}}(\mathcal{F}) \neq 0$.