

Programme de Colle numero 29

Série, déterminant

Semaine du 1er juin 2026 :

Analyse : chapitre 12 : série numérique , ALgèbre : chapitre 14 : déterminant, Algèbre :
chapitre 15 : espace préhilbertien (cours uniquement)

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

▶ **AL14 : déterminant**

- Qu'est ce que le déterminant d'une famille de vecteur ?
- Donner les formules et les moyens mémo-technique pour le calcul en dim 2 ou 3.
- Qu'est ce que le déterminant d'un endomorphisme ? Pourquoi ne dépend-il pas de la base ?
- Qu'est ce que le déterminant d'une matrice ?
- Qu'est ce que le développement selon une ligne ou une colonne ?

▶ **AN13 : Séries numériques**

- Qu'est ce qu'une série ?
- Qu'appelle-t-on somme partielle ? Qu'est-ce qu'une série convergente ?
- Pourquoi l'étude des séries à termes positives est-elle facilitée ? Quels critères de convergence pour ces séries ?
- Présentez la comparaison série/intégrale.
- Convergence et sommes éventuelles des séries usuelles $\sum q^n$, $\sum \frac{z^n}{n!}$, $\sum \frac{1}{n^\alpha}$
- Qu'est-ce que la convergence absolue ?

▶ **AL15 : espace préhilbertien réel**

- Qu'est-ce qu'un produit scalaire ?
- Donner les produits scalaires usuels dans \mathbb{R}^n , dans $\mathcal{C}([a, b])$ et dans $\mathbb{R}[X]$.
- qu'est ce que la norme associée à un produit scalaire ? la distance associée à un produit scalaire ?

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

- ▶ Montrer qu'une application est linéaire et calculer son noyau et son image.
- ▶ Reconnaître une symétrie ou une projection, trouver ses éléments caractéristiques.
- ▶ Utiliser le théorème de convergence des sommes de Rieman.
- ▶ Exploiter la croissance de l'intégrale pour obtenir des inégalités, **en particulier pour une comparaison série et intégrale**
- ▶ Etudier, avec guide, des fonctions définies par des intégrales.
- ▶ Utiliser les critères de convergence des séries à termes positif sur des exemples simples.



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

- ▶ Énoncez et démontrez le critère d'équivalence pour la convergence des SATP.
- ▶ Montrez qu'une famille de vecteurs \mathcal{F} est une base si et seulement si $\det_{\mathcal{B}}(\mathcal{F}) \neq 0$.
- ▶ Démontrez l'inégalité de Cauchy-Schwarz