

Électromagnétisme

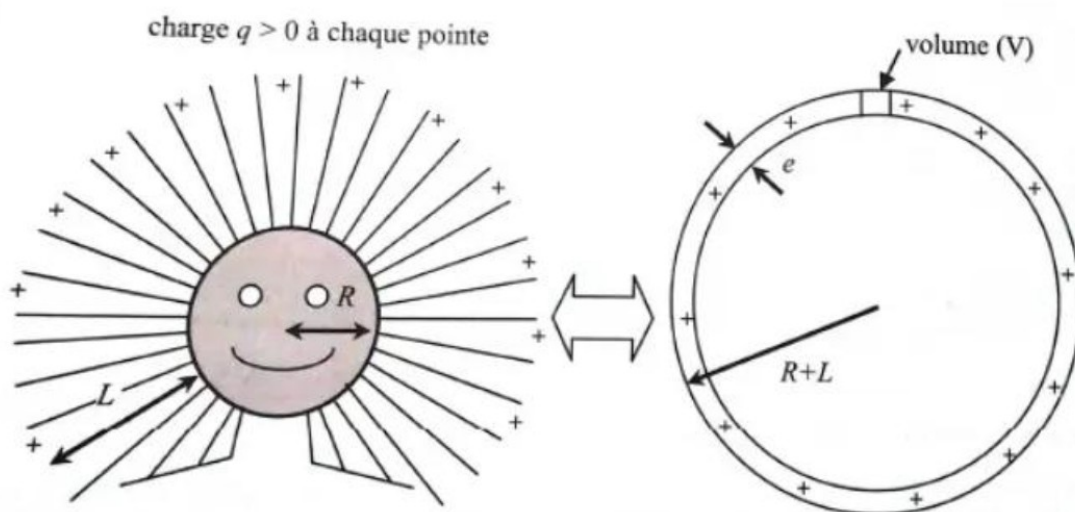
ELMGN-1: Une fameuse expérience du Palais de la Découverte (Centrale Mathilde ALLEMAND 2025)

Au palais de la découverte à Paris, il est possible de participer à une série d'expériences spectaculaires d'électrostatique, notamment la fameuse expérience des cheveux qui se dresse sur la tête. Sur la photo, la personne est placée sur une plateforme métallique reliée à une machine haute tension. Le but de ce problème est de calculer à partir de quelle tension les cheveux se dressent sur la tête comme sur la photo.



1- Expliquer qualitativement le ou les phénomène(s) entrant en jeu dans cette expérience

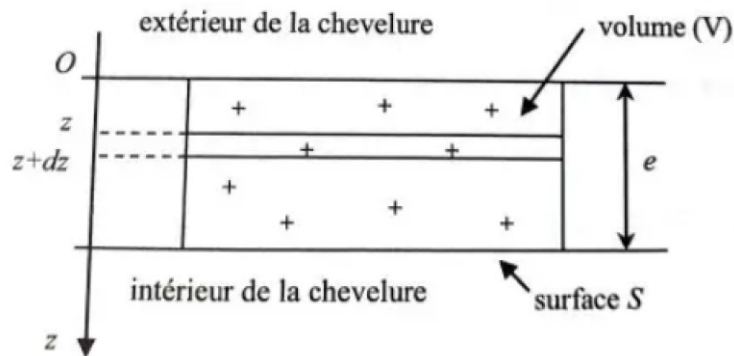
On propose la modélisation suivante : la personne ainsi que ses cheveux, conducteurs d'électricité sont au potentiel $V_0 > 0$ (le potentiel à l'infini étant pris égal à 0). La tête de la personne est assimilée à une sphère de rayon R et les cheveux, tous identiques ont une longueur L . Les points des cheveux se



chargent sur une longueur e très petite. Chaque pointe possède une charge $q > 0$. On note n_c la densité de cheveux sur le cuir chevelu et μ leur masse par unité de longueur.

- 2- Les cheveux étant très denses, que peut-on dire de la direction et de la dépendance du champ électrique à l'extérieur de la chevelure.
- 3- Donner une expression du champ électrique à l'extérieur de la chevelure faisant intervenir V_0 ainsi que d'autres paramètres de l'énoncé, hormis q . Que vaut le champ électrique à l'intérieur de la chevelure ?

On raisonne sur un volume V contenant un nombre N de pointes chargées, N étant grand devant l'unité, mais petit devant le nombre total de pointes. Les cheveux étant denses, on considère que ce volume contient une distribution volumique de charges. Le volume V est pris suffisamment petit (voir schéma précédent) pour pouvoir se placer dans une configuration à une seule dimension où les grandeurs ne dépendent que de la profondeur z , l'origine O étant à l'extérieur de la chevelure (voir schéma ci-dessous). On note $\rho(z)$ la charge volumique et $\vec{E} = E(z)\vec{u}_z$ le champ électrique.



- 4- Montrer que la force subie par V se met sous la forme $\vec{F} = -\frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\text{Surface}}^2 S \vec{u}_z$ où E_{Surface} désigne le champ électrique à proximité immédiate de la chevelure.
- 5- Déterminer le potentiel V_0 minimal permettant à un cheveu placé à la verticale au dessus de la tête de rester effectivement dressé.
Proposez une application numérique sachant que
 - La densité de cheveux varie entre 100 et 300 cheveux par cm^2 suivant les individus
 - Le rayon des cheveux peut aller de 0,04 à 0,1 mm.
 - La masse volumique des cheveux est de l'ordre $1,3 \text{ g.cm}^{-3}$
 - On rappelle que $\epsilon_0 = 8,8.10^{-12} \text{ SI}$

Pour information, la machine du Palais de la Découverte peut générer une différence de potentiel de 350 kV

ELMGN-2: Ligne haute tension et cadre (Eloan LEHEC CCINP 2024, Thibaut ROLAND CCP 2015)

Un lignard (technicien de ligne à haute tension) souhaite allumer une ampoule avec une spire carrée. Dans les lignes circule un courant de valeur efficace $I_{eff} = 50 \text{ kA}$ et de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$.

1. Quel est le champ magnétique \vec{B} créé par une ligne isolée des autres ?
2. Qu'est-ce que μ_0 ? Quelle est son unité ?

3. Où faut-il placer une spire carrée de côté $a = 30 \text{ cm}$ fermée sur un voltmètre pour que la tension mesurée par le voltmètre soit maximale? Le voltmètre doit-il être utilisé en mode AC ou DC?

4. On place la spire à une distance de $2,0 \text{ cm}$ de la ligne, qu'affiche le voltmètre? On précise que pour allumer convenablement une ampoule il faut une tension efficace au moins égale à $1,5 \text{ V}$. Combien de tours de spire faut-il prévoir?

ELMGN-3: Charge dans le champ électrique créé par un fil infini (CCINP Mathieu ROBERT 2023, Elie POCHARD 2022)

On considère un fil rectiligne infini, confondu avec l'axe (Oz) , et uniformément chargé avec une densité linéique λ , avec $\lambda > 0$. On se place en coordonnées cylindriques.

Une particule ponctuelle P de charge $-q$ (avec $q > 0$), et de masse m , passe à proximité du fil chargé.

À $t = 0$, elle est à une distance r_0 du fil, sa vitesse est de norme v_0 , et les composantes de sa vitesse initiale parallèlement à \vec{e}_r et \vec{e}_z sont nulles : $\vec{v}(t=0) = v_0 \vec{e}_\theta$.

On pose $\alpha = \sqrt{\frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 m}}$, et $\beta = \frac{v_0}{\alpha}$.

Les questions ci-dessous vont au-delà de ce qui était demandé à CCINP

- Déterminer le champ électrique créé par le fil rectiligne infini.
- Donner la dimension de α .
- Justifier que le mouvement de la charge est plan.
- Montrer qu'on peut introduire une énergie potentielle effective $E_{peff}(r)$, fonction de r , et la déterminer.
- Tracer le graphe de $E_{peff}(r)$. À quel mouvement particulier correspond le minimum de cette courbe? Quelle est la vitesse correspondante?
- Montrer que l'on a un état lié (et non pas un état de diffusion).
- Pour $\beta > 1$, repérer sur le graphe le domaine dans lequel varie r .
- même question pour $\beta < 1$.

ELMGN-4: Ralentisseur électromagnétique (CCINP Jonas VUILLEMIN 2024)

On utilise dans cet exercice le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) .

Le dessin du haut montre le stator du frein (ou plutôt ralentisseur) électromagnétique. Il est constitué d'aimants permanents, et produit le champ magnétique suivant :

$$\vec{B} = +B_0 \vec{e}_z \text{ si } \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\vec{B} = -B_0 \vec{e}_z \text{ si } \theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right].$$

Le rotor est un tore circulaire de section rectangulaire, en cuivre, comme le montre la figure du bas. Il tourne autour de l'axe (Oz) .

On note γ la conductivité électrique du cuivre, et $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ la vitesse angulaire du rotor, avec $\Omega > 0$.

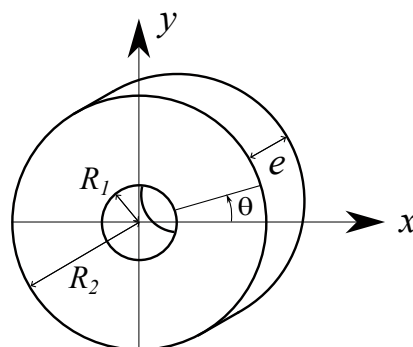
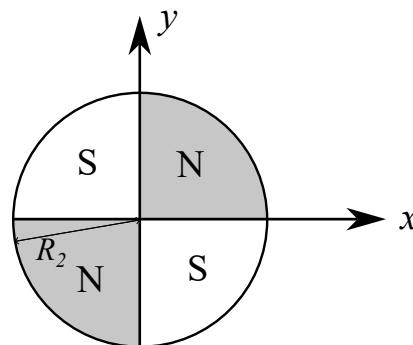
- Expliquer le principe de ce ralentisseur électromagnétique.
- On admet qu'il apparaît dans le rotor un champ électrique donné par :

$$\vec{E} = +r^\alpha \Omega^\beta B_0^\gamma \vec{e}_r \text{ si } \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right];$$

$$\vec{E} = -r^\alpha \Omega^\beta B_0^\gamma \vec{e}_r \text{ si } \theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right].$$

À l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer α , β et γ .

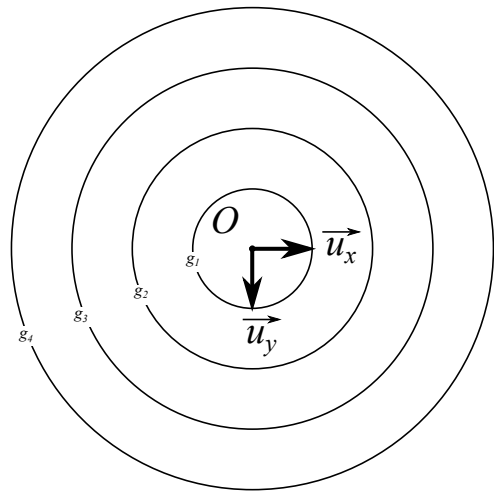
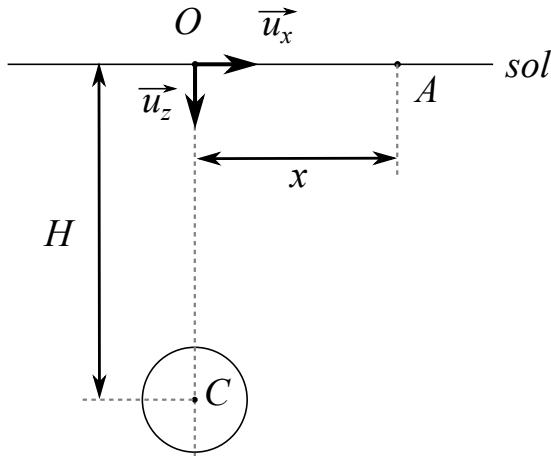
- Vérifier que le sens du champ électrique est cohérent.
- Exprimer la puissance dissipée par les courants dans le rotor, et le moment du couple exercé par le stator sur le rotor.
- Pourquoi utilise-t-on ce système de freinage sur des camions dans les longues descentes, plutôt que sur des voitures au feu rouge.



ELMGN-5: Anomalie de masse (CCINP Jeanne DUPLAND 2023, Max POULHES 2018)

- Théorèmes : rappeler les expressions des forces d'interaction électrostatique et gravitationnelle. Dresser le tableau des analogies entre les deux domaines. Énoncer le théorème de Gauss et son équivalent gravitationnel.
- Déterminer le champ gravitationnel créé par une boule homogène de rayon R et de masse volumique μ
- Application : on considère la Terre comme une boule homogène de masse volumique μ_T , avec une hétérogénéité en forme de boule homogène de masse volumique μ_2 , de centre C et de rayon R_2 . Le centre C de cette hétérogénéité est à une profondeur H sous le point O . Le dessin de droite montre des lignes d'isogravité, c'est-à-dire des courbes regroupant les points pour lesquels g , module de la composante horizontale du champ gravitationnel, a la même valeur. La distance entre ces lignes et le point O est très

petite devant H . L'écart entre deux lignes successives correspond à un même écart de valeur de g . Montrer que si on connaît la masse volumique μ_2 et le rayon R_2 , on peut en déduire la profondeur H .



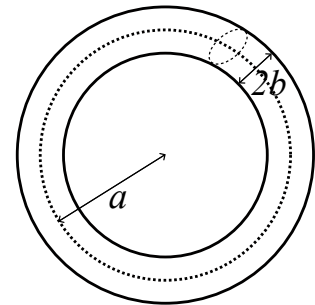
ELMGN-6: Tore ferromagnétique et mutuelles inductances (CCINP Alhassane BAS 2024)

On considère un noyau ferromagnétique en forme de tore circulaire (rayon a) de section circulaire (rayon b , avec $b < a$), comme le montre la figure du haut. On note S la surface de la section du tore.

Il est supposé linéaire, homogène et isotrope, de perméabilité magnétique relative $\mu_r \gg 1$.

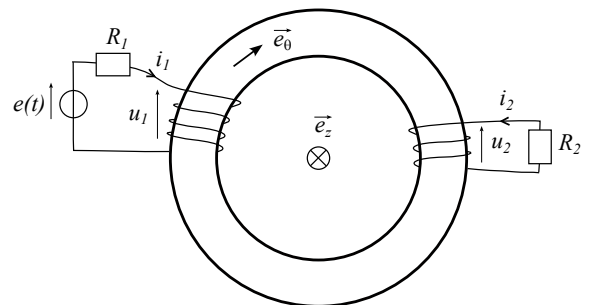
Sur ce tore sont enroulés deux bobinages. Le primaire comporte N_1 spires, tandis que le secondaire en comporte N_2 .

Dans le tore, le champ magnétique est, en coordonnées cylindriques, de la forme $\vec{B} = B(\theta, t)\vec{e}_\theta$. B représente le champ magnétique scalaire le long du contour circulaire moyen, de rayon a . Le champ magnétique est supposé nul en dehors du tore, et uniforme dans chaque section du tore.



1. Compte tenu du schéma, déterminer les points homologues.
2. Exprimer le champ magnétique scalaire B en fonction des intensités i_1 et i_2 , et des grandeurs physiques nécessaires.
3. Exprimer les flux magnétiques ϕ_1 à travers la bobine 1, et ϕ_2 à travers la bobine 2, orientées toutes deux selon $+\vec{e}_\theta$.
4. Exprimer l'inductance mutuelle M , et les inductances propres, L_1 et L_2 , en fonction de $L_0 = \frac{\mu_0 \mu_r S}{2\pi a}$.

Montrer que M peut s'exprimer en fonction de L_1 et L_2 .



5. La tension $e(t)$ est un échelon de tension, qui passe de 0 à E à $t = 0$. Ecrire les équations différentielles du premier ordre régissant les courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$ pour $t > 0$.

6. En utilisant ces deux équations différentielles, montrer que E peut s'écrire comme une combinaison linéaire des deux courants, puis que $i_2(t)$ et $i_1(t)$ vérifient chacun une équation différentielle du premier ordre, de même constante de temps $\tau = \frac{L_0(R_2 N_1^2 + R_1 N_2^2)}{R_1 R_2}$.

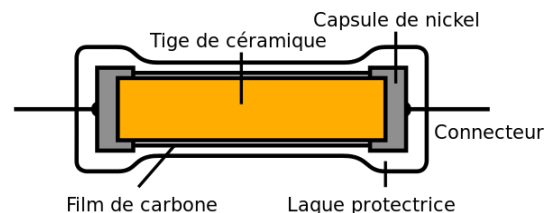
ELMGN-7: Résistance en carbone (Paul MOUILLEFARINE 2018)

Les résistances à couche de carbone, du type de celles utilisées en électronique, ont une constitution décrite par le schéma ci-contre. La céramique, au centre, est un matériau isolant. Les connecteurs aux deux bouts sont en cuivre étamé.

On donne :

$M(C) = 12 \text{ gmol}^{-1}$, $Z(C) = 6$, les résistivités des différents métaux : $\rho(C) = 1.6 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$, $\rho(Ni) = 87 \times 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$, $\rho(Cu) = 17 \times 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$. On rappelle que $\epsilon_0 = 0.88 \times 10^{-11} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$, $\mu_0 = 0.13 \times 10^{-5} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.

Déterminer les caractéristiques du film de carbone pour obtenir une résistance de $1.0 \text{ k}\Omega$.



ELMGN-8: Tachymètre de voiture (Eric SARTORI Enzo LOMAZZI CCINP 2019)

Une roue dentée ferromagnétique, solidaire de la roue d'une voiture, tourne à proximité d'un ensemble constitué d'un aimant permanent (en gris), d'un noyau ferromagnétique (en bleu) et d'une bobine.

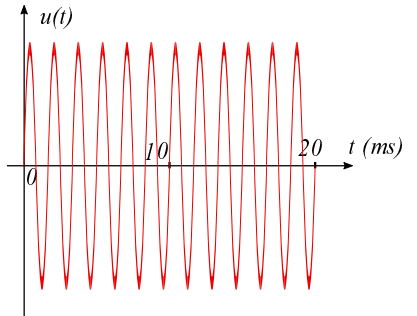
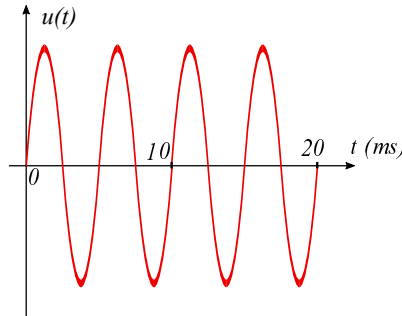
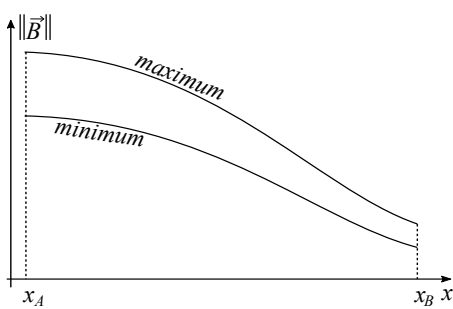
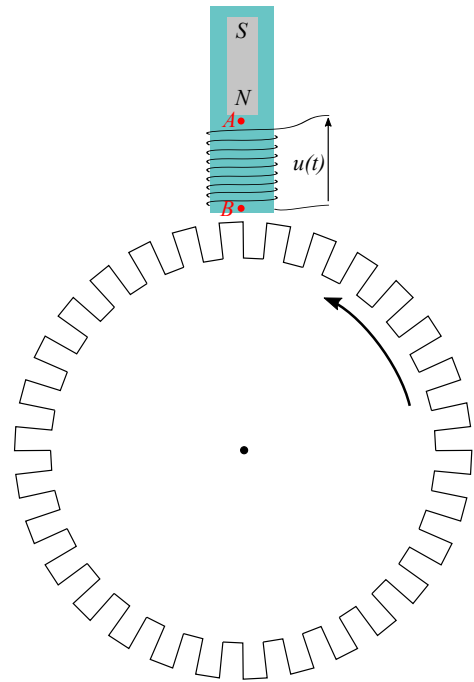
Entre les points A et B (extrémités de la bobine) de la figure ci-contre, le champ magnétique est parallèle au segment AB .

Lorsque la roue dentée tourne, la norme de ce champ magnétique varie en chaque point du segment AB . Les courbes de la figure de gauche ci-dessous représentent l'évolution de cette norme le long du segment AB (x_A correspond au point A et x_B au point B) pour les deux cas extrêmes : le maximum et le minimum.

On mesure la tension $u(t)$ aux bornes de la bobine en fonction du temps au moyen d'un oscilloscope.

Les deux courbes de la figure de droite ci-dessous sont obtenues pour deux vitesses différentes de la roue dentée.

Expliquer le principe de ce capteur de vitesse angulaire. Trouver la vitesse pour chacun des deux oscillogrammes.



ELMGN-9: Mutuelles et constantes de temps (Eric SARTORI Mines 2019)

On considère les quatre circuits ci-contre, dans lesquels $R = 100\Omega$.

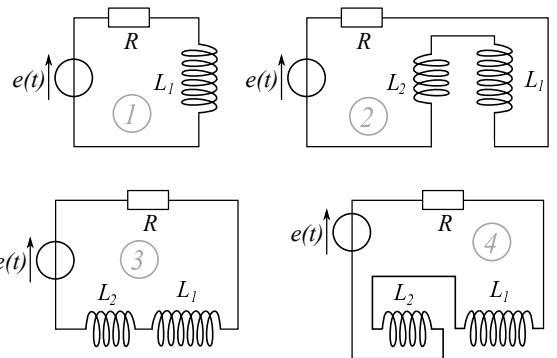
Chacun des circuits est associé à une constante de temps.

On donne $\tau_A = 1.8\text{ms}$, $\tau_B = 1.6\text{ms}$, $\tau_C = 1.4\text{ms}$

et $\tau_D = 1.0\text{ms}$.

Dans le cas du circuit 2, les bobines sont très éloignées l'une de l'autre.

1. Associer à chaque circuit sa constante de temps.
2. Calculer L_1 , L_2 ainsi que le coefficient de mutuelle inductance M des circuits 3 et 4.



ELMGN-10: Disjoncteur différentiel (inspiré de CCP 2017 Alexandre BARBIER et Marie TUAUDEN, Mathilde BOIVIN CCP 2016)

Dans une installation électrique domestique on cherche à protéger les habitants d'une maison des électrocutions. Pour cela on installe un détecteur. Pour chaque circuit relié au tableau électrique de l'habitation, il y a deux fils : un fil de départ et un fil de retour. On note $i_{entrant}(t)$ le courant dans le premier fil, et $i_{sortant}(t)$ le courant dans le second. Si le courant $i_{entrant}(t)$ est égal au courant $i_{sortant}(t)$ alors il n'y a pas d'électrocutions. Sinon, une partie de l'intensité est dérivée par la personne électrocutée et il apparaît un courant $\Delta i(t) = i_{entrant}(t) - i_{sortant}(t)$.

Dans le détecteur, les deux fils sont côte à côte, et parallèles entre eux, par exemple tous deux parallèles à (Oz) . Le courant $i_{entrant}(t)$ est orienté selon $+\vec{e}_z$, et $i_{sortant}(t)$ est orienté selon $-\vec{e}_z$. Une bobine en forme de tore circulaire (de section rectangulaire) vient entourer les deux fils.

1. Faire un schéma de l'ensemble en indiquant bien le sens des deux courants.
2. Donner le champ magnétique B créé dans la bobine torique. Expliquer pourquoi une différence de courant entraîne une tension non nulle aux bornes de la bobine torique placée en circuit ouvert.

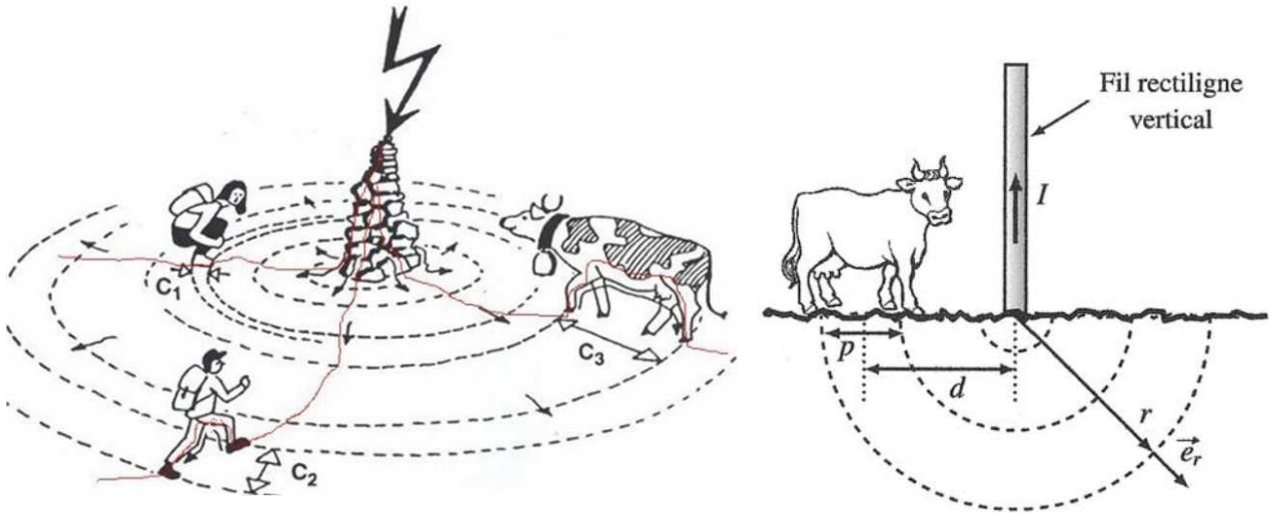
ELMGN-11: Foudre et tension de pas (Thomas MIGOT et Caroline MARION CCP 2018)

La "tension de pas" est la tension entre les pieds d'une personne se tenant debout près d'un point d'injection du courant à la terre. Cette injection de courant est en général due à la foudre. C'est ce phénomène qui explique les foudroiements de quadrupèdes lors d'orages.

La tension de pas dépend de la distance au point d'injection, et de celle entre les appuis. Si la distance entre les appuis est quasiment nulle (C_1), il n'y a alors pas de tension de pas, et pas de danger.

Dans le cas d'un animal quadrupède (C_3), la tension de pas peut s'avérer très élevée, et suffisante pour le tuer.

Le courant électrique qui circule dans le sol le fait de façon isotrope.



Trouver la distance D_{min} entre le point d'injection de la foudre et un être humain pour que celui-ci ne meurt pas. Expliquer pourquoi les vaches sont plus atteintes que les hommes?

Données : Conductivité du sol : $\gamma_s = 1.0S \cdot m^{-1}$;
 courant au point impact de la foudre : $I = 15kA$;
 courant létal pour l'homme : $I_{let} = 25mA$;
 résistance électrique du corps humain mouillé : $R_h = 2.5k\Omega$;
 distance entre les 2 pieds de l'homme : $a = 0.80m$;
 Sur les figures, les cercles sont des équipotentielles autour du point d'impact.

ELMGN-12: Talkie Walkie (Alexandre RIPPLINGER Centrale 1 sans préparation 2018)

1. La photo ci-contre montre un talkie-walkie : estimer la fréquence de travail appropriée. Justifier l'intérêt de la modulation/démodulation.
2. Ce talkie-walkie émet des ondes avec une puissance de 0,5 W. Il utilise 3 piles 1,5V en série, de capacité 2800 mAh. Évaluer l'autonomie d'un jeu de piles de l'appareil.
3. Estimer l'amplitude du champ électrique E de l'onde du Talkie walkie, sachant que sa portée est d'environ 500 m en ville et 5 km en campagne. (un formulaire était fourni avec les opérateurs de dérivation spatiale dans les différents systèmes de coordonnées).

Il y avait encore d'autres questions, non rapportées.



ELMGN-13: Câble Almelec (Alexandre RIPPLINGER, Thomas PERRIN CCP 2017)

La photo montre une ligne HT. Le métal utilisé pour la réalisation des câbles électriques est un alliage à base d'aluminium, appelé "almélec". La photo de gauche montre un tel câble en coupe.

Le diamètre extérieur du câble est de 80 mm. La fréquence du réseau électrique français est de 50 Hz. La perméabilité magnétique du vide est $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}H.m^{-1}$; et sa permittivité diélectrique est $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9}Fm^{-1}$. La conductivité des brins de l'almélec est $\gamma = 3.0 \times 10^7 \Omega^{-1}m^{-1}$.

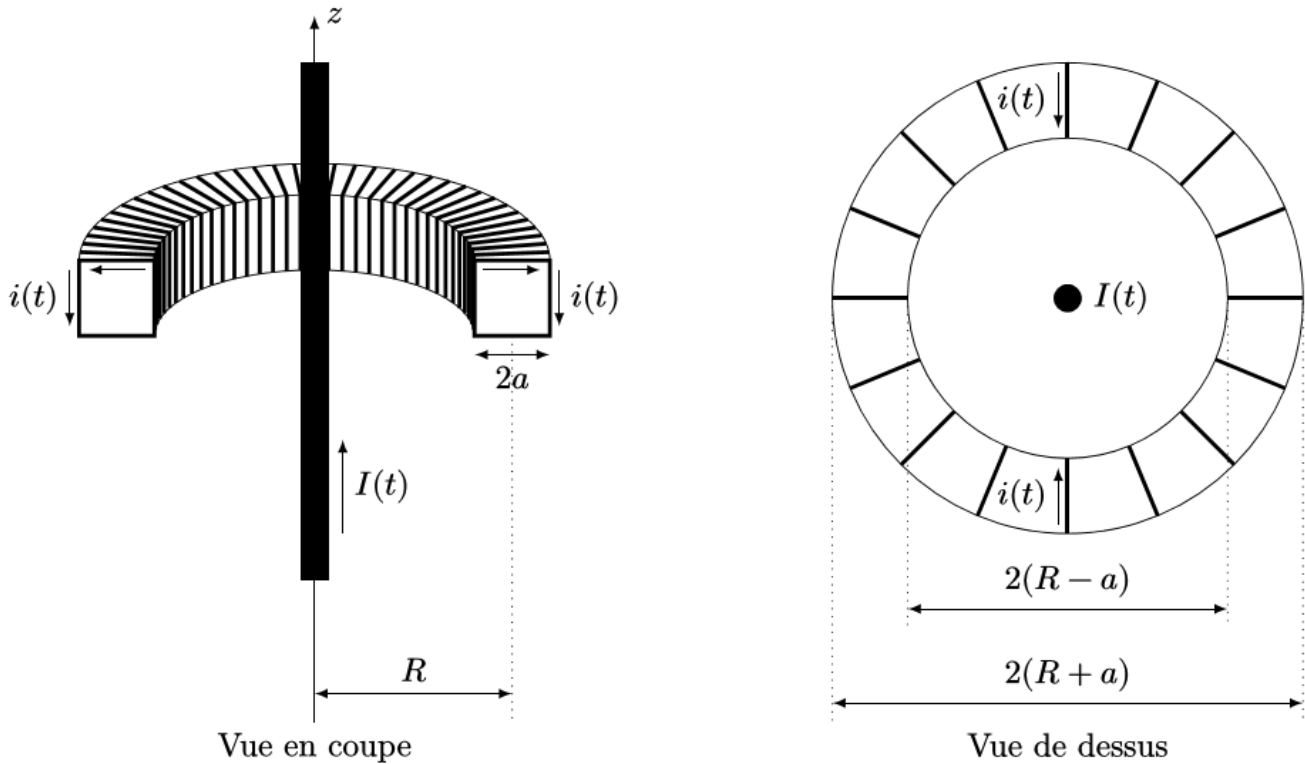
Question : "discuter de la structure du câble almélec" (sic)



ELMGN-14: Pince Ampèremétrique (Olivier NACHIN Mines 2018)

Une bobine torique de section carrée de côté $2a$, de rayon moyen R , comportant N spires jointives est fermée sur un ampèremètre de résistance négligeable. La bobine torique a une résistance équivalente notée \mathcal{R} .

La bobine entoure un fil conducteur que l'on supposera rectiligne et infini et dont l'axe coïncide avec celui de la bobine torique ; le conducteur est parcouru par un courant $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$. Ce courant variable induit un courant $i(t)$ dans la bobine torique. Vu la symétrie du problème, on travaille en coordonnées cylindriques d'axe Oz .



1. Calculer, en exploitant soigneusement les symétries, le champ magnétique $\vec{B}_{\text{bobine}}(r, \theta, z, t)$ créé par la bobine en tout point, en fonction, notamment, de N , $i(t)$ et r .
2. Calculer, de même, le champ magnétique $\vec{B}_{\text{fil}}(r, \theta, z, t)$ créé par le fil en tout point, en fonction, notamment, de $I(t)$.
3. Donner la définition de l'inductance mutuelle M entre deux circuits et de l'inductance propre L d'un circuit. On donne ici (*calcul non demandé*) l'inductance propre de la bobine torique et l'inductance mutuelle entre le fil et la bobine torique :

$$L = \frac{\mu_0 N^2 a}{\pi} \ln \left(\frac{R+a}{R-a} \right) \quad M = \frac{\mu_0 N a}{\pi} \ln \left(\frac{R+a}{R-a} \right)$$

Commenter ces expressions.

4. Calculer l'intensité complexe $\underline{i}(t)$ du courant dans la bobine en régime sinusoïdal forcé (régime imposé par le fil central, toujours parcouru par $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$).
5. Que devient le rapport $\left| \frac{\underline{i}}{\underline{I}} \right|$ à haute fréquence ? Préciser le sens de l'expression « haute fréquence ».

On donne $N = 10\,000$; $R = 6\text{ cm}$; $a = 1\text{ cm}$; $f = 50\text{ Hz}$; $\mathcal{R} = 0,2\ \Omega$.

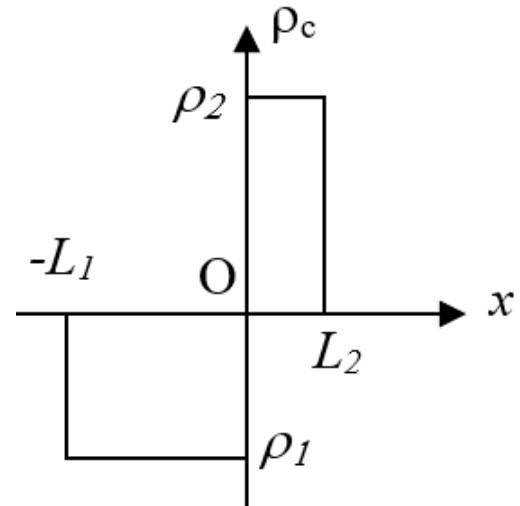
Pourquoi peut-on qualifier le dispositif de transformateur de courant ? Pourquoi est-ce un appareil très utilisé pour la mesure des forts courants ?

ELMGN-15: Jonction PN (Arthur VINCENOT CCP 2018)

Lorsqu'un semi-conducteur présente, dans une région très localisée de l'espace, une variation très brutale de la concentration en dopant, voire un changement de la nature du dopant, on dit que l'on a une jonction. Au voisinage de la jonction, dans une région dite « zone de charge d'espace », le cristal acquiert une distribution de charge électrique non nulle que l'on se propose d'étudier. Les propriétés qui en résultent sont à la base de la caractéristique des diodes, des transistors et de tous les circuits intégrés.

On supposera que dans le silicium on peut encore appliquer les lois de l'électrostatique à condition de remplacer ϵ_0 par $\epsilon_0\epsilon_r$ où ϵ_r est la permittivité relative du silicium. On suppose que la densité volumique de charge ρ_c autour d'une jonction située dans le plan $x = 0$ a l'allure ci-contre.

La jonction est suffisamment large pour supposer que la distribution de charge est totalement invariante par toute translation dans le plan yOz .



On admettra que, en dehors de la zone de charge d'espace, le champ électrique est nul en tout point d'abscisse x telle que $x < -L_1$ et $x > L_2$.

1. Sachant que la distribution de charges est globalement neutre, établir la relation vérifiée par L_1, L_2, ρ_1, ρ_2 .
2. Donner l'équation de Maxwell – Gauss en remplaçant ϵ_0 par $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$. Déterminer alors le champ électrique en tout point M appartenant à la zone de charge d'espace $-L_1 < x < L_2$. On distinguera les diverses régions de l'espace suivant les valeurs de x . On admet ici que le champ électrique est une fonction continue de l'espace. Représenter graphiquement l'allure de la composante selon x du champ électrique en fonction de x .
3. En déduire l'expression du potentiel électrostatique V dans les différentes régions de l'espace. On choisira l'origine des potentiels dans le plan $x = 0$. Représenter graphiquement V en fonction de x .
4. Donner l'expression de la différence de potentiel $V_0 = V(L_2) - V(-L_1)$ entre deux points situés de part et d'autre de la zone de charge d'espace en fonction de ρ_1, L_1, L_2 et ϵ .

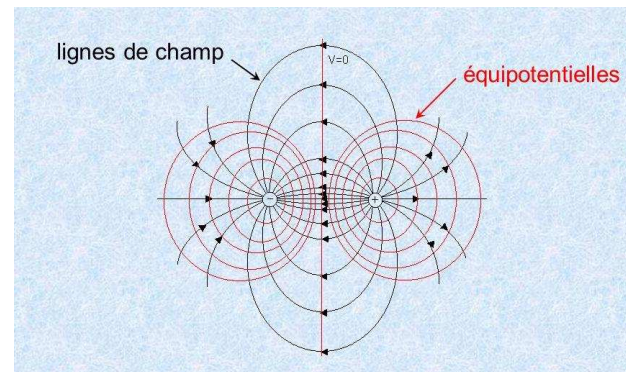
ELMGN-16: Ligne haute tension en régime continu (inspiré de Centrale 2017, Jérémy ROBERT)

On considère une ligne rectiligne infinie, uniformément chargée avec une densité linéique de charges λ .

1. Déterminer le potentiel et le champ électrique créés par cette distribution de charges.

2. On considère à présent deux fils parallèles, de rayons R , leurs axes étant séparés d'une distance $D \gg R$. L'un, placé en $x = \frac{-D}{2}$, porte une charge linéique $-\lambda$; l'autre, placé en $x = \frac{+D}{2}$, porte une charge linéique $+\lambda$. On choisit $V = 0$ dans le plan $x = 0$. Montrer que pour $r \gg D$, le potentiel créé par ces deux fils chargés peut se mettre sous la forme $V(r, \theta) = \frac{\lambda D \cos(\theta)}{2\pi r \epsilon_0}$.

3. On donne la carte de lignes de champ et d'équipotentiels ci-contre. Commenter cette carte le plus précisément possible.



Il y avait ensuite un pylône comportant deux lignes haute tension, sièges de courants continu ...

ELMGN-17: Plaque à induction (Geoffrey HADZI CCP 2016)

Une casserole remplie d'eau est posée sur une plaque à induction. Le fond de la casserole est un cylindre de rayon $R = 10\text{ cm}$ et de hauteur $h = 3.0\text{ mm}$, en fer doux, milieu lhi de perméabilité magnétique $\mu = \mu_0\mu_r$, avec $\mu_r = 1.0 \times 10^4$. L'axe du cylindre est (Oz), vertical ascendant. Une bobine plate de rayon R également, constituée de $N = 1000$ spires, est située juste en-dessous de la casserole. On néglige l'épaisseur de la plaque de verre se trouvant entre la bobine et la casserole. La bobine plate crée en son centre O un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \cos(2\pi ft) \vec{e}_z$, avec $f = 25\text{ kHz}$. Pour simplifier, on le considèrera uniforme dans tout le disque intérieur de la bobine plate, avec $B_0 = 3.0 \times 10^{-4}\text{ T}$. La conductivité électrique du fer doux est $\gamma = 1.0 \times 10^7\ \Omega^{-1}\text{ m}^{-1}$. La capacité thermique massique de l'eau est $c = 4.2 \times 10^3\ \text{J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$.

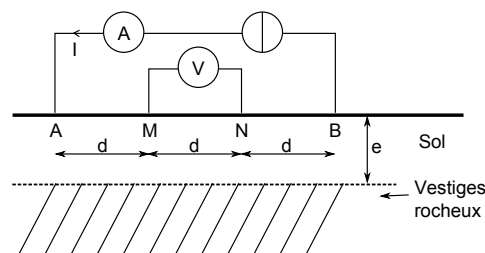
1. Expliquer qualitativement comment se transmet l'énergie depuis la source électrique qui alimente la bobine jusqu'à l'eau de la casserole.
2. Pourquoi peut-on dire que le champ magnétique est le même dans le disque délimité par la bobine et dans le fond de la casserole?
3. Compte tenu de la géométrie du problème, quelle est la forme, *a priori*, du champ électrique induit en un point M du fond de la casserole : direction, variables dont dépend sa norme? En déduire l'expression de ce champ, en utilisant l'équation de Maxwell appropriée, et en utilisant le formulaire donnant les expressions des opérateurs de dérivation spatiale dans les différents systèmes de coordonnées. Retrouver ce résultat avec une méthode intégrale (celle qui avait été exigée au concours).

- Exprimer puis calculer la puissance moyenne transmise par induction à la casserole.
- Pourquoi utiliser un milieu ferromagnétique pour la casserole?
- Combien de temps faudrait-il pour amener 2 litres d'eau à ébullition?

ELMGN-18: Géologie : mesure de la résistivité d'un sol (André PEDROSA Centrale 2015), avec préparation

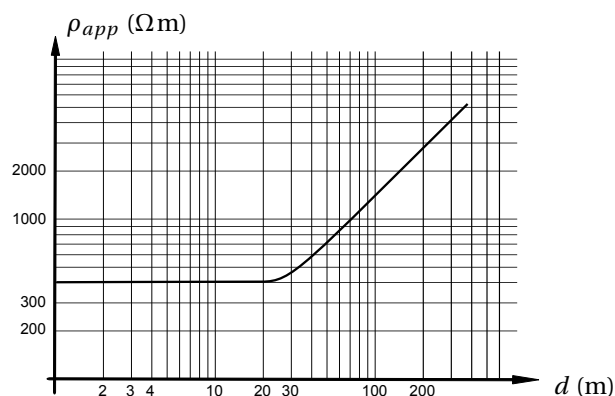
Dans un sol, la conduction de l'électricité peut se faire de trois façons :

- au moyen d'électrons libres (assez rarement), dans certains minéraux : sulfures, graphite, oxydes;
- au moyen des ions présents dans l'eau accumulée dans les roches (cas le plus fréquent);
- au moyen des cations adsorbés à la surface des argiles (car ceux-ci sont en général chargés négativement), et qui peuvent se déplacer en présence d'eau à la surface du sol.



Le tableau ci-dessous donne des exemples de résistivités d'eaux ou de roches.

Eaux ou roches	Résistivité (Ωm)
Eau de mer	0,2
Eau de nappes alluviales	10 - 30
Basalte	$1 \times 10^3 - 1 \times 10^6$
Sables et graviers secs	$1 \times 10^3 - 1 \times 10^4$
Sables et graviers imbibés d'eau douce	50 - 500
Calcaire	300 - 1000
Argile	0,2 - 100



Pour mesurer la résistivité du sol, il existe plusieurs techniques. L'une d'elles, nommée "Wenner", consiste à imposer un courant I entre les points A et B au moyen d'une source de courant, et à mesurer la différence de potentiel U entre M et N , comme le montre la première figure ci-dessus. Les trois distances, AM , MN et NB sont égales à d .

Il est rare que le sol soit homogène. On définit alors la "résistivité apparente" du sol par $\rho_{app} = 2\pi d \frac{U}{I}$. Elle résulte de la combinaison des résistivités des différents matériaux traversés par les courants. Il est utile d'avoir au préalable une connaissance des roches présentes sur le site : carte géologique, etc. Les mesures électriques permettent alors de mesurer des épaisseurs de couches, de détecter des cavités, ... Lorsqu'on fait des mesures électriques sur un terrain, la première étape consiste à réaliser un "traîné électrique" : on translate selon un certain axe le dispositif à 4 électrodes, en gardant d constant.

On peut ensuite effectuer un "sondage électrique", en augmentant progressivement la valeur de d , sans déplacer le centre de AB . Cela permet de sonder de plus en plus en profondeur.

Comme le montre la première figure ci-dessus, on se place dans un cas de milieu à deux couches : le "sol", d'épaisseur e , et des vestiges rocheux, au-delà de e . On suppose ici que la résistivité des vestiges rocheux, est très grande par rapport à celle du sol.

On donne ci-dessus le graphe (il était disponible sur un ordinateur, dans un fichier excel) de ρ_{app} en fonction de d , en échelle bilogarithmique.

1. On suppose dans un premier temps le sous-sol totalement homogène (c'est-à-dire e infini), de résistivité ρ_1 . Donner l'expression du vecteur densité de courant dans le voisinage de A , à une distance r de A . En déduire l'expression du potentiel $V_A(r)$ associé à l'injection de courant en A .
2. Déterminer la différence de potentiel U_A , entre M et N , due à l'injection de courant en A .
3. Déterminer, de même, la différence de potentiel U_B , entre M et N , due à la récupération du courant en B .
4. Quelle est alors la tension U mesurée lors de l'expérience décrite sur la première figure de cet énoncé?
5. Montrer que dans le cas d'un sous-sol homogène, la résistivité réelle est égale à ρ_{app} .
6. À l'aide, du graphe, déterminer la valeur de e .

ELMGN-19: Terre et électrosphère (Lancelot PREGNIARD CCP 2016, Cécile TOINARD CCP 2015)

On assimile la Terre à un plan infini chargé uniformément avec une densité surfacique de charges négative $-\sigma = -0.88 \times 10^{-9} \text{Cm}^{-2}$. De la même façon, on assimile l'électrosphère (couche atmosphérique ionisée située à environ 80km d'altitude) à un plan infini chargé uniformément avec une densité surfacique de charges positive $+\sigma = +0.88 \times 10^{-9} \text{Cm}^{-2}$. La résistance électrique du corps humain est de l'ordre de $1 \text{k}\Omega$.

1. Pourquoi est-il légitime d'assimiler ces deux sphères à deux plans?
2. Déterminer la direction et le sens du champ électrique entre les deux plans infinis chargés.
3. Calculer le champ électrique en tout point entre les deux plans.
4. Quelle est la différence de potentiel, pour un homme de taille 1.8m, entre sa tête et ses pieds?
5. Quelle serait alors l'intensité du courant qui le traverserait?
6. En réalité, l'intensité est bien plus faible. Proposer une explication.