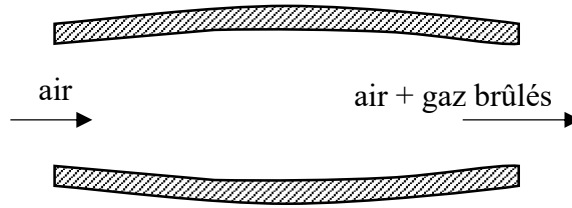


4.8 Bilans macroscopiques-Exercice 7

Les ouvertures d'entrée (S_1) et de sortie (S_2) d'un réacteur d'avion ont même aire $A = 0,8 \text{ m}^2$.
Dans le référentiel lié à l'avion, l'air de masse volumique μ entre avec une vitesse v_1 .
A la sortie, l'ensemble des gaz issus de la combustion du kérosène a une vitesse $v_2 = 700 \text{ m.s}^{-1}$.



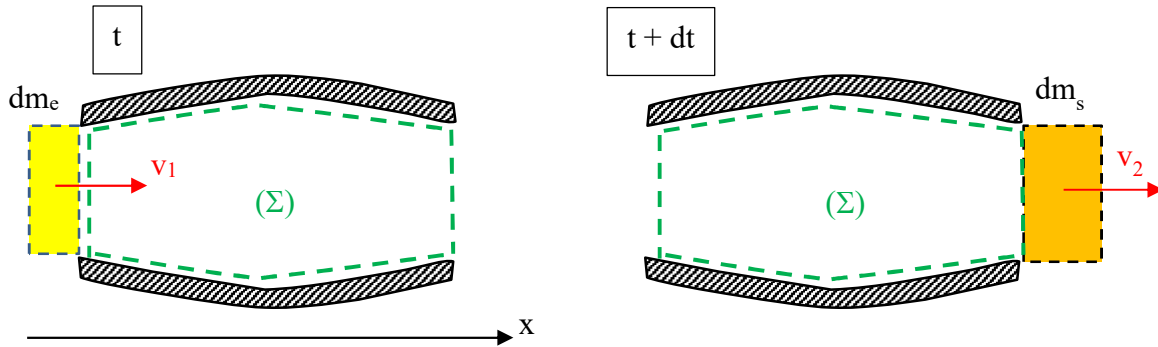
a-En supposant que la pression extérieure sur (S_1) et (S_2) est égale à la pression atmosphérique P_0 , déterminer la force de propulsion que le réacteur communique à l'avion

b-On donne le C_x et la surface de référence de l'avion : $C_x = 0,1$; $S_{\text{ref}} = 20 \text{ m}^2$
Calculer la vitesse de l'avion en translation rectiligne uniforme.

4.8 Bilans macroscopiques-Exercice 7

a-Système ouvert (Σ) : les gaz dans le réacteur

Système fermé (Σ^*) : $(\Sigma)_t + dm_e = (\Sigma)_{t+dt} + dm_s$



Théorème de la quantité de mouvement à (Σ^*) dans R galiléen lié à l'avion en translation rectiligne uniforme :

$$\frac{d\vec{P}_{(\Sigma^*)}}{dt} = \vec{F}_{\text{ext} \rightarrow (\Sigma^*)} = \vec{F}_{\text{réacteur} \rightarrow (\Sigma^*)} + \vec{F}_{\text{air ext} \rightarrow (\Sigma^*)} + m_{(\Sigma^*)} \vec{g} \quad \text{on néglige le poids de } (\Sigma^*) \text{ par la suite}$$

$$\text{On a : } \frac{d\vec{P}_{(\Sigma^*)}}{dt} = \frac{\vec{P}_{(\Sigma)}(t+dt) + dm_s \vec{v}_2 - \vec{P}_{(\Sigma)}(t) - dm_e \vec{v}_1}{dt}$$

Écoulement stationnaire : $\vec{P}_{(\Sigma)}(t+dt) = \vec{P}_{(\Sigma)}(t)$ et $dm_s = dm_e$

$$\text{Il reste : } \frac{d\vec{P}_{(\Sigma^*)}}{dt} = \frac{dm_e}{dt} \vec{v}_2 - \frac{dm_e}{dt} \vec{v}_1 \quad \text{avec : } \frac{dm_e}{dt} = \mu A v_1 \text{ débit massique entrant}$$

$$\text{Donc : } \frac{d\vec{P}_{(\Sigma^*)}}{dt} = \mu A v_1 [v_2 - v_1] \vec{u}_x$$

$$\text{On a : } \vec{F}_{\text{air ext} \rightarrow (\Sigma^*)} = P_0 A \vec{u}_x - P_0 A \vec{u}_x = \vec{0}$$

$$\text{Finalement : } \vec{F}_{\text{réacteur} \rightarrow (\Sigma^*)} = \mu A v_1 [v_2 - v_1] \vec{u}_x$$

$$\text{La force que } (\Sigma^*) \text{ exerce sur le réacteur donc sur l'avion est l'opposée : } \vec{F}_{(\Sigma^*) \rightarrow \text{avion}} = \mu A v_1 [v_1 - v_2] \vec{u}_x$$

Cette force est dirigée dans le sens < 0 de l'axe Ox. L'avion se déplace vers la gauche

b-La vitesse de l'avion par rapport au référentiel terrestre est égale à la vitesse v_1 d'entrée de l'air par rapport à l'avion. On cherche donc v_1 .

Le théorème de la quantité de mouvement pour l'avion en translation rectiligne uniforme dans le référentiel terrestre galiléen donne :

$$\frac{d\vec{P}_{\text{avion}}}{dt} = \vec{0} = \vec{F}_{\text{ext} \rightarrow \text{avion}} = \vec{F}_{(\Sigma^*) \rightarrow \text{avion}} + \vec{F}_{\text{traînée}} + \vec{F}_{\text{portance}} + m_{\text{avion}} \vec{g}$$

Le poids et la portance se compensent selon la verticale.

$$\text{En projection selon Ox, il reste : } 0 = \mu A v_1 [v_1 - v_2] + \frac{1}{2} \mu S_{\text{ref}} C_x v_1^2$$

$$A[v_2 - v_1] = \frac{1}{2} S_{\text{ref}} C_x v_1$$

$$\text{Donc : } v_1 = \frac{v_2}{1 + \frac{S_{\text{ref}} C_x}{2A}}$$

$$\text{A.N : } v_1 = 311 \text{ m.s}^{-1} = 1120 \text{ km.h}^{-1}$$