

ÉTUDE D'UNE CENTRALE NUCLÉAIRE

1 Étude du cycle de Rankine

Soit un système ouvert constitué par le fluide contenu dans un des composants d'un cycle (compresseur ou générateur de vapeur ou pompe ...). Le fluide reçoit par unité de masse un travail utile indiqué w_i et un transfert thermique q . En se plaçant dans l'hypothèse du régime permanent et en négligeant les variations d'énergie potentielle et d'énergie cinétique, la variation d'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie vaut :

$$h_s - h_e = w_i + q$$

Ce résultat (il n'est pas demandé de le démontrer) est communément appelé premier principe industriel et pourra être utilisé dans le problème.

- Le cycle de Rankine (Figure 1 ci-dessous) est le cycle de base des centrales nucléaires.
La pompe d'alimentation porte l'eau liquide saturante (état 0) de la basse pression p_0 du condenseur à la pression p_1 du générateur de vapeur de façon adiabatique réversible (état 1).

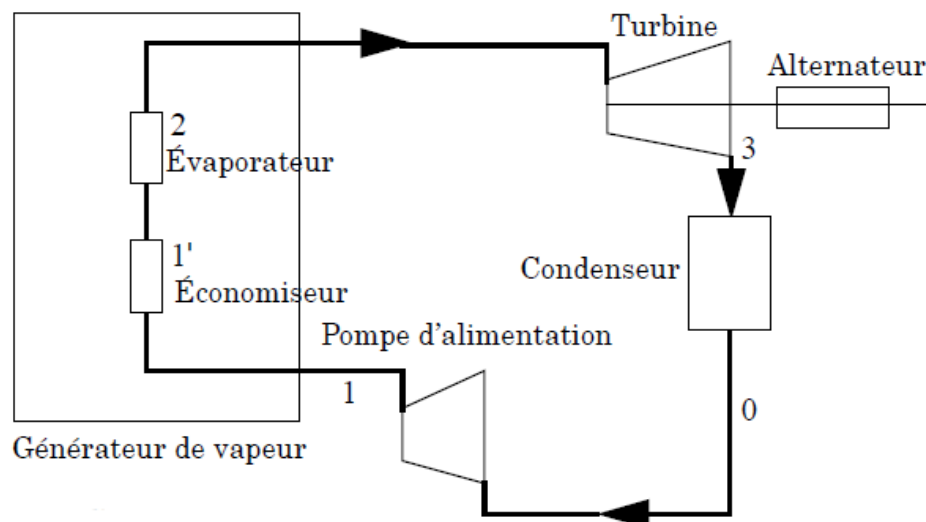


FIGURE 1 – Cycle de Rankine

L'eau liquide comprimée entre ensuite dans le générateur de vapeur, isobare, où elle est chauffée jusqu'à la température T_2 du changement d'état (état 1'), puis totalement vaporisée (état 2). La vapeur saturante produite subit ensuite une détente adiabatique réversible (2 – 3) dans une turbine. Le fluide pénètre ensuite dans le condenseur isobare pour y être totalement condensé (état 0) à la température T_1 . On appelle T_{crit} la température critique de l'eau. On négligera le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation. On donne : $T_1 = 30 \text{ °C}$; $T_2 = 300 \text{ °C}$ et $T_{crit} = 374 \text{ °C}$.

- v désignant le volume massique du fluide, représenter dans le diagramme (p, v) la courbe de saturation ainsi que les isothermes T_1 , T_2 et T_{crit} .
- Comment s'appelle le diagramme (p, v) ? Préciser les domaines du liquide et de la vapeur.
- Donner le nom des différentes courbes sur ce diagramme Définir et situer le point critique.
- Représenter l'allure du cycle décrit par le fluide dans le diagramme (p, v) .

- Calcul de l'efficacité avec des tables incomplètes.

On supposera dans cette question l'eau liquide incompressible de capacité thermique massique c_l constante. On note $l_V(T_2)$ la chaleur latente massique de vaporisation à la température T_2 .

On donne : $c_l = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $l_V(T_2) = 1404 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

- Q5 (a) Définir l'efficacité (rendement) η d'un moteur thermique ditherme. On représentera le sens algébrique et le sens effectif des échanges d'énergie sur un schéma.
- Q6 (b) Exprimer l'efficacité du cycle en fonction des transferts thermiques massiques q_{cond} et q_{GV} échangés respectivement dans le condenseur et le générateur de vapeur.
- Q7 (c) Exprimer q_{GV} en fonction de $l_V(T_2)$, c_l , T_1 et T_2 .
- Q8 (d) • Exprimer q_{cond} en fonction de T_1 et $s_0 - s_3$.
- Q9 • Montrer que $s_0 = s_1$ et $s_3 = s_2$.
- Q10 • En déduire q_{cond} en fonction de T_1 , T_2 , c_l et $l_V(T_2)$.
- Q11 (e) Exprimer l'efficacité de Rankine η en fonction de T_1 , T_2 , c_l et $l_V(T_2)$. Calculer numériquement η .
- Q12 (f) Comparer à l'efficacité de Carnot η_C dont on se contentera de rappeler l'expression en fonction des températures T_1 et T_2 des sources.

3. Calcul de l'efficacité avec des tables complètes.

On donne ci-dessous des extraits de tables thermodynamiques pour l'eau : s est exprimé en $\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; h est exprimé en kJ.kg^{-1} . p_{sat} désigne la pression de vapeur saturante exprimée en bar.

On admet que $h_1 = h_0$.

p_{sat} en (bar)	température en ($^{\circ}\text{C}$)	liquide saturant		vapeur saturant	
		s	h	s	h
85,9	300	3,24	1345	5,57	2749
0,04	30,0	0,44	126,0	8,46	2566

- Q13 (a) Déterminer l'expression littérale puis numérique du titre massique en vapeur et de l'enthalpie massique du système à la sortie de la turbine.
- Q14 (b) Déterminer l'expression littérale puis numérique de l'efficacité du cycle. Conclure sur les deux valeurs de l'efficacité calculées.

2 Étude du cycle de Hirn

Par rapport au cycle de Rankine, on ajoute un surchauffeur (2 - 2') qui fonctionne lui aussi de façon isobare. On donne : $T_1 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$; $T_2 = 300\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $T'_2 = 500\text{ }^{\circ}\text{C}$.

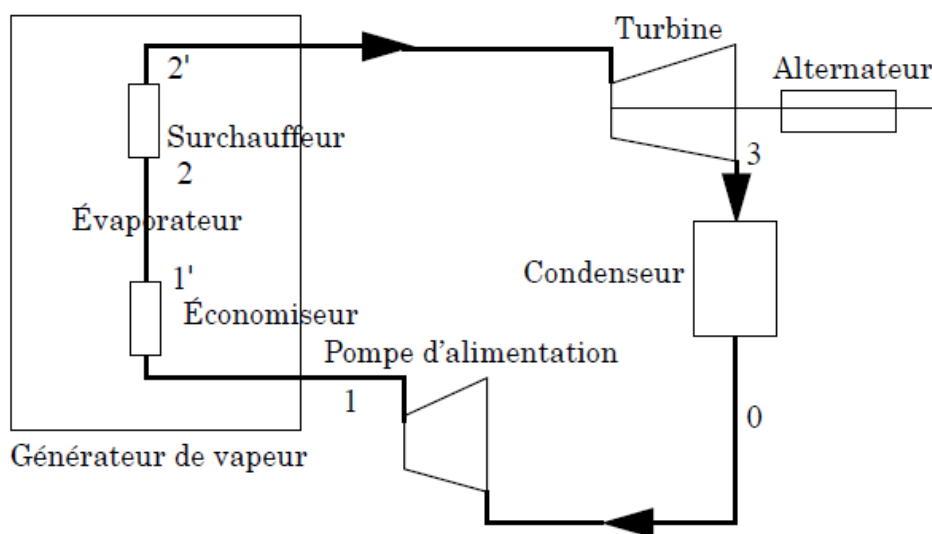


FIGURE 2 – Cycle de Hirn

- Q15 1. Représenter l'allure du cycle de Hirn (figure 2 ci-dessus) décrit par le fluide dans le diagramme (p, v). On supposera que l'eau à la sortie de la turbine est sur le palier d'équilibre liquide-vapeur à T_1 .

2. Calcul de l'efficacité avec des tables complètes.

On donne ci-dessous des extraits de tables thermodynamiques pour l'eau : s est exprimé en $\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; h est exprimé en kJ.kg^{-1} . On admet que $h_1 = h_0$.

p_{sat} en (bar)	température en ($^{\circ}\text{C}$)	liquide saturant		vapeur saturant	
		s	h	s	h
85,9	300	3,24	1345	5,57	2749
0,04	30,0	0,44	126,0	8,46	2566

Vapeur sèche à 500 $^{\circ}\text{C}$ et 85,9 bar : $h = 3380 \text{ kJ.kg}^{-1}$; $s = 6,75 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

(a) Déterminer l'expression littérale puis numérique du titre massique en vapeur et de l'enthalpie massique du système à la sortie de la turbine.

(b) Déterminer l'expression littérale puis numérique de l'efficacité η' du cycle. Conclure sur les deux valeurs de l'efficacité calculées.

Q16

Q17

2.1 Étude graphique, tracé dans le diagramme enthalpique.

On donne en annexe (page 4) le diagramme (p, h) du fluide (l'eau ici).

1. Tracer le cycle de Rankine et celui de Hirn décrit par l'eau dans le diagramme fourni en annexe.

2. Déterminer graphiquement la valeur de l'enthalpie massique du fluide à chaque état.

3. En déduire la valeur de l'efficacité de chaque cycle. Commenter.

Q18

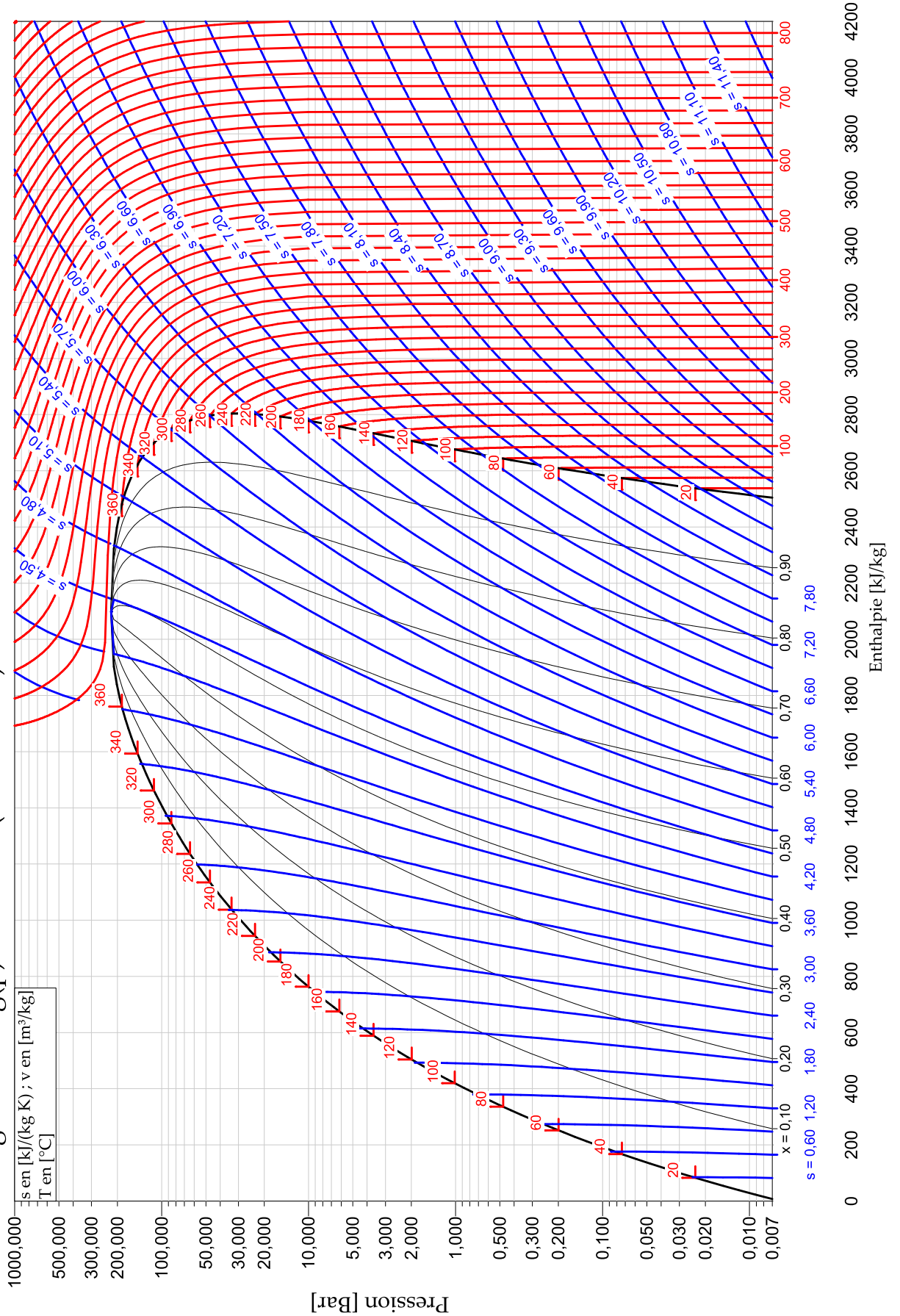
Q19

Q20

Annexe à compléter et rendre avec votre copie.

Nom et Prénom :

Diagramme log(p)-h de l'eau (fluide R718)



ÉTUDE D'UNE CENTRALE NUCLÉAIRE

D'après Centrale Supélec TSI – 2009

A – Étude du cycle de Rankine

1. Tracé du cycle de Rankine dans le diagramme (p, v) .

Q21

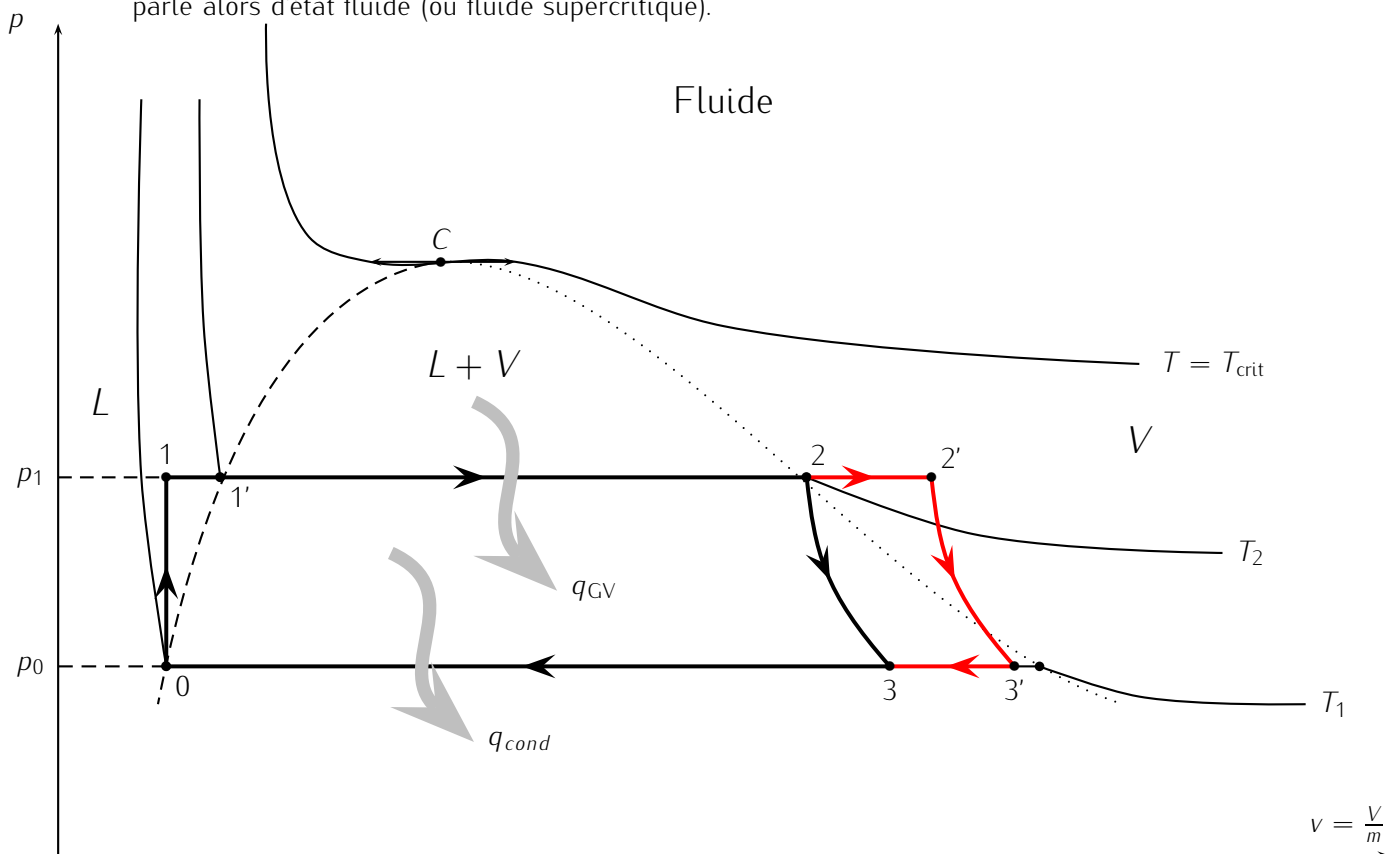
(a) On trace le diagramme (p, v) où on fait figurer les isothermes d'Andrews correspondant à T_1 , T_2 et T_{crit}

Q22

(b) C'est le diagramme de Clapeyron et on ajoute les domaines liquide (L), vapeur (V) et mélange (L+V).

- (c)
- ——— correspondent aux isothermes d'Andrews.
 - est la courbe de rosée : elle correspond à l'apparition de la première goutte de liquide lors d'une compression.
 - - - - - - est la courbe d'ébullition : elle correspond à l'apparition de la première bulle de vapeur lors d'une détente.

L'ensemble de la courbe de rosée et de la courbe d'ébullition constitue la courbe de saturation au sommet de laquelle se situe le point critique C au delà duquel le liquide et la vapeur sont indifférentiables on parle alors d'état fluide (ou fluide supercritique).



(d) Pour représenter l'allure du cycle décrit par le fluide dans le diagramme (p, v) , on commence par résumer les informations données par l'énoncé dans le tableau ci-dessous. x_V représente le titre en vapeur, nul si liquide saturant, égal à un si vapeur à saturation et non défini (nd) en dehors du palier de liquéfaction.

État	0	adiab rév	1	isobare	1'	Evapo.	2	adiab rév	3	Cond.	0
T	?	→	?	→	T_2	→	?	→	?	→	T_1
p	p_0		$p_1 > p_0$		p_1		?		?		p_0
x_V	0		nd		0		1		x_3		0

Comme les changements d'états sont isothermes et isobares, on complète ensuite le tableau.

État	0	adiab rév	1	isobare	1'	Evapo.	2	adiab rév	3	Cond.	0
T	T_1	\longrightarrow	?	\longrightarrow	T_2	\longrightarrow	T_2	\longrightarrow	T_1	\longrightarrow	T_1
p	p_0		$p_1 > p_0$		p_1		p_1		p_0		p_0
x_V	0		nd		0		1		x_3		0

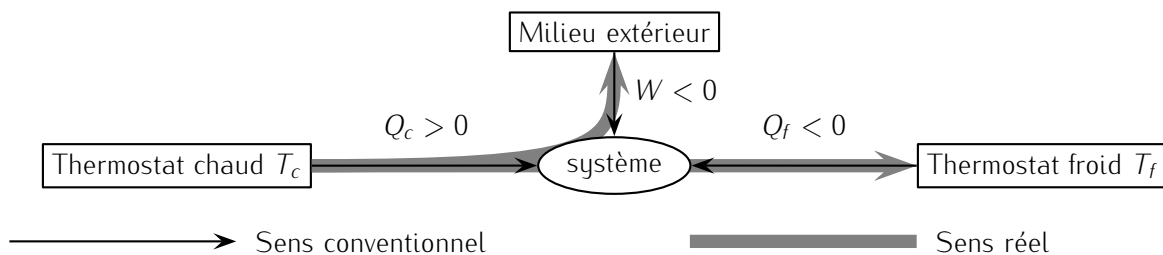
On peut alors aisément placer les points 0, 1' et 2, tous les trois sur la courbe de saturation.

On passe de l'état 0 à 1 par une compression adiabatique réversible d'un liquide, c'est à dire quasiment à volume massique constant (phase incompressible). L'état 1 se situe donc presque à la verticale de 0 et à la pression p_1 . Comme l'isotherme T_1 est elle même quasiment verticale, la température à l'état 1 est quasiment T_1 .

L'état 3 est obtenu à partir de 2 par une détente adiabatique réversible de la vapeur à saturation, on esquisse donc une courbe assez pentue qui aboutit sur le palier de liquéfaction (p_0, T_1).

2. Calcul de l'efficacité avec des tables incomplètes.

(a) Schéma de principe d'un moteur ditherme :



Le rendement d'un système thermique est le rapport positif $\eta = \left| \frac{\text{énergie à optimiser}}{\text{énergie coûteuse}} \right|$ et pour un moteur

thermique, $\eta = \frac{|W|}{Q_c} = -\frac{W}{Q_c}$ où $W = -Q_{\text{cycle}} = -Q_f - Q_c$ est le travail reçu sur par le système sur un cycle et Q_c celui qu'il reçoit sur de la part de la source chaude. On peut donc également écrire

$$\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{q_f}{q_c} \text{ en se ramenant aux grandeurs massiques.}$$

(b) Ici, le transfert avec la source chaude est effectué de l'état 1 à 2 d'où $q_c = q_{GV}$. De même, celui avec la source froide a lieu de 3 à 0 c'est à dire $q_f = q_{\text{cond}}$.

On en déduit $\eta = 1 + \frac{q_{\text{cond}}}{q_{GV}}$

(c) On a $q_{GV} = q_{1 \rightarrow 2} = q_{1 \rightarrow 1'} + q_{1' \rightarrow 2}$.

- $q_{1 \rightarrow 1'}$ est le transfert thermique nécessaire à l'augmentation de température de T_1 à T_2 de la phase liquide soit $q_{1 \rightarrow 1'} = c_l(T_2 - T_1)$.
- $q_{1' \rightarrow 2}$ correspond au transfert thermique nécessaire à la vaporisation totale du liquide à température T_2 et pression p_1 constantes d'où simplement $q_{1' \rightarrow 2} = l_V(T_2)$

On a ainsi $q_{GV} = c_l(T_2 - T_1) + l_V(T_2)$

(d) Détermination de $q_{\text{cond}} = q_{3 \rightarrow 0}$.

- La transformation 3 \rightarrow 0 correspond à la liquéfaction de l'eau, changement d'état réversible à pression p_0 et température T_1 constante. Par application du second principe de la thermodynamique, on peut écrire $\Delta s = s_e + s_c = \frac{q_{\text{cond}}}{T_1} + 0 \Rightarrow q_{\text{cond}} = T_1(s_0 - s_3)$
- Les transformations 0 \rightarrow 1 et 2 \rightarrow 3 sont considérés adiabatiques ($s_e = 0$) et réversibles ($s_c = 0$), elles sont donc isentropiques ($\Delta s = s_e + s_c = 0$) d'où $s_0 = s_1$ et $s_3 = s_2$.
- D'après ce qui précède, $q_{\text{cond}} = T_1(s_1 - s_2) = -T_1(s_2 - s_1)$ or en décomposant à nouveau la transformation isobare 1 \rightarrow 1' \rightarrow 2 et par application de la seconde identité thermodynamique $dh = T \cdot ds + v \cdot dp = T \cdot ds$

* de 1 à 1', T varie $\delta q = dh = c_l dT = T \cdot ds \Rightarrow ds = c_l \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta s_{1 \rightarrow 1'} = s_{1'} - s_1 = c_l \ln \frac{T_2}{T_1}$ et

* de 1' à 2, $T = T_2$ constante $\delta q = dh = T_2 \cdot ds \Rightarrow \Delta s_{1' \rightarrow 2} = s_2 - s_{1'} = \frac{q_{1' \rightarrow 2}}{T_2} = \frac{l_V(T_2)}{T_2}$.

Finalement, $s_2 - s_1 = \Delta s_{1 \rightarrow 2} = \Delta s_{1 \rightarrow 1'} + \Delta s_{1' \rightarrow 2}$

$$\Rightarrow s_2 - s_1 = c_l \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{l_V(T_2)}{T_2} \Rightarrow q_{\text{cond}} = -T_1 \left[c_l \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{l_V(T_2)}{T_2} \right]$$

(e) Par application des résultats précédents,

$$\eta = 1 + \frac{q_{\text{cond}}}{q_{GV}} = 1 - \frac{T_1}{c_l(T_2 - T_1) + l_V(T_2)} \left[c_l \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{l_V(T_2)}{T_2} \right] \simeq 39\%$$

(f) Dans le cas d'un cycle de Carnot, constitué de deux transformations adiabatiques et deux isothermes réversibles l'efficacité est $\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2} \simeq 47\%$.

Conformément au théorème de Carnot, on obtient une valeur inférieure avec le cycle de Rankine car in est constitué en réalité de phases non réversibles.

3. Calcul de l'efficacité avec des tables complètes.

(a) La détente dans la turbine (étape 2 à 3) étant toujours considérée comme adiabatique réversible, $s_2 = s_3$ avec ici $s_2 = s_V(T_2)$ et en nommant x_3 le titre en vapeur du mélange L + V à l'état 3, $s_3 = x_3 \cdot s_V(T_1) + (1 - x_3) \cdot s_L(T_1)$ soit $x_3 = \frac{s_3 - s_L(T_1)}{s_V(T_1) - s_L(T_1)}$: on retrouve ici le théorème des moments. On en déduit

$$x_3 = \frac{s_V(T_2) - s_L(T_1)}{s_V(T_1) - s_L(T_1)} = \frac{5,57 - 0,44}{8,46 - 0,44} \simeq 0,64 \quad \text{et} \quad h_3 = x_3 \cdot h_V(T_1) + (1 - x_3) \cdot h_L(T_1) \simeq 1688 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

(b) On utilise à nouveau l'expression $\eta = 1 + \frac{q_{\text{cond}}}{q_{GV}}$ avec pour ces transformations isobares,

- $q_{GV} = \Delta h_{1 \rightarrow 2} = h_2 - h_1 = h_V(T_2) - h_0 = h_V(T_2) - h_L(T_1)$ et
- $q_{\text{cond}} = \Delta h_{3 \rightarrow 0} = h_3 - h_0 = h_L(T_1) - x_3 \cdot h_V(T_1) - (1 - x_3) \cdot h_L(T_1) = x_3 [h_L(T_1) - h_V(T_1)]$ (on trouve $q_{\text{cond}} = -x_3 l(T_1)$ où $l(T_1)$ est l'enthalpie massique de vaporisation).

$$\text{D'où on tire} \quad \eta = 1 + \frac{q_{\text{cond}}}{q_{GV}} = 1 - \frac{x_3 [h_V(T_1) - h_L(T_1)]}{h_V(T_2) - h_L(T_1)} \simeq 41\%$$

Valeur proche de celle calculée précédemment.

B - Étude du cycle de Hirn

1. On ajoute la phase (2 → 2') isobare dans la phase liquide du diagramme de Clapeyron puis (2' → 3') selon une courbe pentue (proche de $pV^\gamma = Cte$ dans la phase vapeur sèche) qui aboutit sur le palier de liquéfaction (T_1, p_0) en 3'.

2. Calcul de l'efficacité avec des tables complètes.

(a) La détente dans la turbine reste isentropique d'où $\Delta s_{2' \rightarrow 3'} = s_{3'} - s_{2'} = 0$ avec $s_{3'}$ donnée par l'énoncé et $s_{2'} = x_{3'} \cdot s_V(T_1) + (1 - x_{3'}) \cdot s_L(T_1) \Rightarrow x_{3'} = \frac{s_{2'} - s_L(T_1)}{s_V(T_1) - s_L(T_1)} = \frac{6,75 - 0,44}{8,46 - 0,44} \simeq 0,78$ et

$$h_{3'} = x_{3'} \cdot h_V(T_1) - (1 - x_{3'}) \cdot h_L(T_1) \simeq 2023 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

(b) On utilise à nouveau l'expression $\eta' = 1 + \frac{q_{\text{cond}}}{q_{GV}}$ avec pour ces transformations isobares,

- $q_{GV} = \Delta h_{1 \rightarrow 2'} = h_{2'} - h_1 = h_{2'} - h_0 = h_{2'} - h_L(T_1)$ et
- $q_{\text{cond}} = x_{3'} [h_L(T_1) - h_V(T_1)]$.

$$\text{D'où on tire} \quad \eta' = 1 + \frac{q_{\text{cond}}}{q_{GV}} = 1 - \frac{x_{3'} [h_V(T_1) - h_L(T_1)]}{h_{2'} - h_L(T_1)} \simeq 43\%$$

Rendement légèrement meilleur que celui du cycle de Rankine. (en fait, l'amélioration vient surtout des conditions d'utilisation de la turbine qui « préfère » travailler avec des fluides compressibles)

C - Etude graphique, tracé dans le diagramme entropique.

1. Pour tracer les cycle de Rankine, on commence par placer les points 0, 1' et 2 qui sont sur la courbe de saturation. Comme le travail de la pompe est négligeable, on peut supposer que le passage 0-1 est isenthalpique $h_0 = h_1$ On passe de 1 à 1' en suivant une isobare : ligne horizontale sur le diagramme. L'état 3 est obtenu en suivant une isentropique de 2 jusqu'à l'isotherme T_1 .

On retrouve les mêmes états 0, 1 et 1' pour le cycle de Hirn. 2' est obtenu en prolongeant l'isobare passant par 2 jusqu'à l'isotherme $T'_2 = 500$ °C. On en déduit 3' en suivant l'isentropique partant de 2' et arrivant à l'isotherme T_1 .

On remarque qu'on retrouve $x_3 \simeq 0,65$ et $x_{3'} \simeq 0,78$ sur les courbes isotitres.

2. Graphiquement, on peut relever avec plus ou moins de précision,

Enthalpie massique	h_0	$h_{1'}$	h_2	h_3	$h_{2'}$	$h_{3'}$
kJ.kg^{-1}	100	1300	2750	1650	3400	1950

Pour plus de précision, on aurait intérêt à utiliser également les valeurs données par l'énoncé dans les parties précédentes.

3. Comme précédemment, $\eta = 1 + \frac{q_{cond}}{q_{GV}}$ avec pour le cycle

- de Rankine, $q_{cond} = h_0 - h_3$ et $q_{GV} = h_2 - h_0$ soit $\eta = 1 - \frac{h_3 - h_0}{h_2 - h_0} \simeq 41\%$

- de Rankine, $q_{cond} = h_0 - h_{3'}$ et $q_{GV} = h_{2'} - h_0$ soit $\eta' = 1 - \frac{h_{3'} - h_0}{h_{2'} - h_0} \simeq 44\%$

On retrouve des valeurs proches de celles calculées auparavant.

Q34

Diagramme log(p)-h de l'eau (fluide R718)

