
LVH PSI Physique-Chimie

Mécanique des fluides

MF-1: Tube de Pitot (CCINP Swan AMRANI, Mathilde PALLET, Joseph MOUROUX 2025), problème non guidé
Fait en classe.

MF-2: Embout de lance à incendie (CCINP Julien PIERRE 2025), problème non guidé
Fait en classe.

MF-3: Camion renversé par le vent (CCINP Nathan VISCHI 2025, Max POULHES 2017), Pb ouvert
Fait en classe.

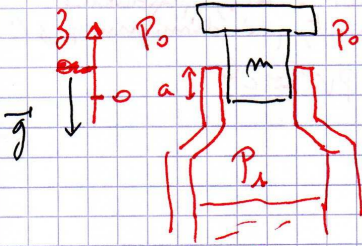
MF-4: Baignoire qui déborde (CCINP Alexis GOUIN 2024, problème non guidé)
Fait en classe.

MF-5: Equilibre d'un pommeau de douche (CCINP Emeline BILLOD 2024, problème non guidé)
Fait en classe.

MF-6: Géothermie : parcours de l'eau dans les roches poreuses (CCINP Emilie MOUGIN 2024)
Fait en classe.

CCINP 2023 Margot MISERERE (et autres)

NB D'après l'examenateur CCIP : négliger les frotts^{mts} du bouchon avec la bouteille !!! Et supposer la pression cté dans le gaz !! (bouchon ficher, qui reste cylindrique)



Modèle basique attendu par le
examinateur CCINP:

- * S = section du bouchon dans du goulot.
- * m = masse du bouchon
- * Bouchon soumis à ses poids et à des forces de pression, ni on néglige les frottements de l'air et du goulot: Dans Pierre, pour le bouchon

Phase 1: éjection

$$m \frac{dv}{dt} = (P_1 - P_0)S - mg$$

* Dans ce modèle simplifié, $P_1 = ct$ $\frac{dv}{dt} = -g + \frac{P_1 - P_0}{m} S$

$$v(t) = \left(-g + \frac{P_1 - P_0}{m} S\right)t + 0$$

$$z(t) = -\left(\frac{g}{2} + \frac{P_1 - P_0}{2m} S\right)t^2 + 0 \quad \text{si } z = 0 \text{ à } t = 0, \text{ moment où l'on lâche le bouchon, et ainsi - c'est la force (z aspect le be du bouchon)}$$

NB: dans cette phase, g négligeable $\frac{dv}{dt} \approx \frac{P_1 - P_0}{m} S$

et par l'énergie à t_1 (sortie de la bouteille),

$$v_1 - v_0 = \frac{2S}{m} (P_1 - P_0) a$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2S}{m} (P_1 - P_0) a}$$

Phase 2: balistique. $\frac{dv}{dt} = -g$ $v(t) = -g(t - t_1) + v_1$

$$\left(z = -\frac{1}{2} g (t - t_1)^2 + v_1 (t - t_1) + a \right)$$

négligeable.

ou plutôt par l'énergie:

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + 0 = m g z_{max}$$

$$z_{max} = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{S(P_1 - P_0) a}{mg}$$

A.N. $a = 4 \text{ cm}$ $r = 1 \text{ cm}$ $z_{max} = \frac{\pi \times 10^{-4} \times 5 \cdot 10^5 \times 4 \cdot 10^{-2}}{10^{-2} \times 10}$

$$\approx \frac{60 \times 10^{-1}}{10^{-1}} \approx 60 \text{ m}$$

On pourrait améliorer le modèle en considérant la force de frottements de l'air, quadratique. Dans la première phase, on pourrait prendre en compte les frottements secs entre le bouchon et le goulot, proportionnels à la surface de contact. Et dans la phase 1 encore, on pourrait prendre en compte le fait que la pression dans le gaz au-dessus du champagne, dépend de la position du bouchon, avec un modèle d'évolution isentropique du gaz enfermé.

1.) Vers la droite car mélange à droite

2.) Turbulent car $Re = \frac{\rho_{air} u D}{\eta} = \frac{1,2 \times 12 \times 0,28 \times 10^{-5}}{1,55} \sim 2 \cdot 10^3$

3.) Oui, on voit qu'en aval de la balle le mvt des particules de l'air est diffus. (cf question de l'examinateur)

4.) Même $Re \Rightarrow$ même $\mu D \Rightarrow u' = u \frac{D}{D'} = 12 \times \frac{28}{65} = 52 \text{ m.s}^{-1} = 186 \text{ km.h}^{-1}$

5.) Lift

Bernoulli: $v \propto p$
donc $p_a > p_b$
↓
force ↓ \vec{F}
air → balle
la balle rebondit + vite

Compé
 $p_a < p_b$
↓
force air → balle ↑ \vec{F}
la balle rebondit moins vite

Portance = force ⊥ vitesse d'écoulement du fluide due à l'interaction entre le fluide et un obstacle qui le contourne.

6.)

Dans R'
ici on a un angle de α balle

$\vec{p}^*(t) = \vec{p}_{\Sigma_0}(t) + \delta m_1 \vec{u}_1$
 $\vec{p}^*(t+dt) = \vec{p}_{\Sigma_0}(t+dt) + \delta m_2 \vec{u}_2$

$\frac{d\vec{p}^*}{dt} = \frac{\vec{F}_{air \rightarrow \Sigma^*}}{\delta \Sigma^*} + \vec{F}_{balle \rightarrow \Sigma^*}$

$\Rightarrow \vec{F}_{\Sigma^* \rightarrow balle} = -\frac{d\vec{p}^*}{dt} = \frac{\delta m}{dt} (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$

$\vec{F}_{air \rightarrow balle} = \mu \mu S (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$

$= \mu \mu S (\cos \alpha \vec{u}_1 - \cos \alpha \vec{u}_2 + \sin \alpha \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2)$

$= \mu \mu S ((1 - \cos \alpha) \vec{u}_1 + \sin \alpha \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2)$

$\vec{F}_{portance} = \vec{u}_2 \wedge (\vec{F}_{air \rightarrow balle} \cdot (-\vec{u}_2)) = -\mu \mu S \sin \alpha \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2$

MF-9: Force exercée par l'eau sur un tuyau (Sébastien MISSEY Mines-Ponts sans préparation 2018), problème non guidé

1. L'écoulement étant parfait, quasi-stationnaire, homogène et incompressible, on peut utiliser le théorème de Toricelli pour trouver la vitesse de l'écoulement à la sortie : $v_s = \sqrt{2gh}$.

L'écoulement étant parfait et incompressible, les vitesses dans les sections S et s sont uniformes et dans le rapport des sections : $sv_s = Sv_S$, d'où $v_s = \alpha v_S$. L'écoulement étant parfait, quasi-stationnaire, homogène et incompressible, on peut appliquer la relation de Bernoulli le long d'une ligne de courant allant de la section S à la section s , d'où $P = P_0 + \mu gh(1 - \alpha^2)$.

Cas limites $\alpha = 0$: $P = P_0 + \mu gh$, ce qui est logique, puisqu'on est en statique des fluides (tuyau bouché).

Cas limite $\alpha = 1$: $P = P_0$, ce qui est normal puisque les sections S et s deviennent égales, donc la vitesse est la même tout le long du tuyau de sortie.

2. On effectue un bilan de quantité de mouvement. Soit Σ_0 l'eau se trouvant entre les sections S et s , $\delta \Sigma_1$ celle qui va entrer dans cette zone entre t et $t + dt$, $\delta \Sigma_2$ celle qui va en sortir entre t et $t + dt$.

On considère le système fermé Σ^* , constitué à t de $\Sigma_0(t)$, $\delta \Sigma_1$ et de l'embout, et constitué à $t + dt$ de $\Sigma_0(t + dt)$, $\delta \Sigma_2$ et de l'embout.

$\vec{p}^*(t) = \vec{p}_{\Sigma_0}(t) + \delta m_1 \alpha \sqrt{2gh} \vec{e}_x$

$\vec{p}^*(t + dt) = \vec{p}_{\Sigma_0}(t + dt) + \delta m_2 \sqrt{2gh} \vec{e}_x$, avec, puisque l'écoulement est quasi-stationnaire, $\delta m_1 = \delta m_2 = \mu s v_s dt$.

Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, on applique la loi de la quantité de mouvement à Σ^* , en appelant P la pression dans

la section S : $\frac{d\vec{p}^*}{dt} = \vec{F}_{res \rightarrow emb} + (P - P_0) S \vec{e}_x$.

En régime quasi-stationnaire, $\vec{p}_{\Sigma_0}(t) = \vec{p}_{\Sigma_0}(t + dt)$, d'où :

$\mu v_s v_s (1 - \alpha) \vec{e}_x = \vec{F}_{res \rightarrow emb} + \mu gh (1 - \alpha^2) S \vec{e}_x$.

On en déduit $\vec{F}_{emb \rightarrow res} = \mu gh S (1 - \alpha)^2 \vec{e}_x$.

MF-10: Perfusion (Martin BELLONCLE, Martin BOS, Bastien NESPOULOUS CCP 2019), problème non guidé

La situation est résumée par le schéma ci-contre :

Le dénivelé H permet une montée en pression pour compenser les pertes de charges au niveau de l'aiguille.

Le tuyau étant de diamètre nettement supérieur à celui de l'aiguille, il est raisonnable de considérer que le liquide est quasiment statique partout sauf dans l'aiguille.

De plus, en haut de la poche de sang, en A_0 , la pression est quasiment la pression atmosphérique, puisque, la poche en plastique souple, n'appuie pas sur le sans à ce niveau.

En B , dans la veine, la pression est quasiment aussi la pression atmosphérique ; pour preuve, quand on se coupe, le sang coule, mais ne fait pas un Geysier !

Entre A et B , l'écoulement est un écoulement laminaire (écoulement de Poiseuille cylindrique). En effet, si pour faire simple on assimile le sang à de l'eau, le nombre de Reynolds dans l'aiguille est $Re = \frac{\mu U d}{\eta} = \frac{4\mu D_v}{\eta \pi d} = \frac{4 \times 10^2 \times 40 \cdot 10^{-6}}{10^{-3} \times \pi \times 2 \cdot 10^{-4} \times 3600} \simeq 71$. D'après le diagramme de Moody, on se trouve bien dans le domaine de l'écoulement de Poiseuille.

On peut donc utiliser la loi de Hagen-Poiseuille :

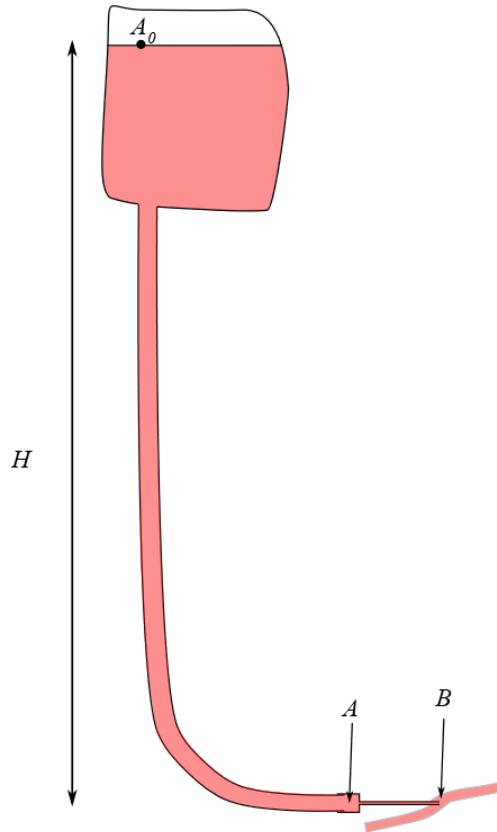
$$P_A - P_B = \frac{8\eta L}{\pi r^4} D_v$$

Soit : $P_A = P_0 + \frac{8\eta L}{\pi r^4} D_v$

Et en statique des fluides, $P_A = P_{A_0} + \mu g H = P_0 + \mu g H$.

En égalisant les deux expressions de P_A , $H = \frac{8\eta L}{\mu g \pi r^4} D_v = \frac{8 \times 10^{-2} \times 0,02}{10^3 \times 9,8 \times \pi \times 10^{-16}} \times \frac{40 \cdot 10^{-6}}{3600} = 0,58 \text{ m}$.

Cette valeur est assez plausible.



MF-11: Turbine Pelton (Mathilde ALLEMAND Mines-Ponts 2025)

MF-12: Canyoning (Cléa TOURNIER et Tao ARNAUD CCINP 2021, Lucas REGNIER, Hajar ZGOUR et Semi KOVANCI CCP 2019), problème non guidé

Canyoning (CCINP PSI 2019)

Phase 1: Dans l'air

On prend comme système le sportif, dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.

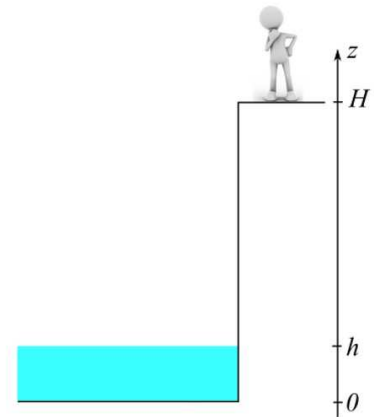
Le schéma ci-contre traduit les notations de l'énoncé.

On néglige les frottements de l'air et la poussée d'Archimède.

La seule force qui intervient est le poids, et il dérive d'une énergie potentielle. Donc l'énergie mécanique se conserve.

En notant m sa masse, v_1 la norme de sa vitesse à la fin de cette phase, le théorème de l'énergie mécanique s'écrit :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = 0 + mgH, \quad \text{d'où } v_1 = \sqrt{2g(H-h)}.$$



Phase 2 : Dans l'eau

On prend toujours comme système le sportif, dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.

Cette fois, il faut prendre en compte les frottements de l'eau et la poussée d'Archimède. Mais comme la masse volumique du sportif est quasiment la même que celle de l'eau, la poussée d'Archimède et le poids se compensent quasiment.

Pour la force de frottements de l'eau, faut-il prendre une force en v ou en v^2 ?

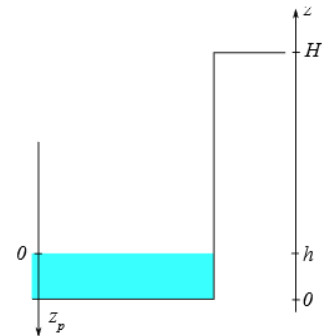
Pour que la loi de Stokes soit applicable, il faut un nombre de Reynolds inférieur à 1, donc pour une sphère de rayon R , $\frac{\mu_{eau}v \times 2R}{\eta_{eau}} < 1$, d'où $v < \frac{10^{-6}}{0,4}$, en m/s. C'est évidemment impossible puisque la vitesse du sportif sera au minimum de 1,5 m/s.

Donc on prend une force de traînée quadratique.

Le théorème de la résultante dynamique appliqué au sportif s'écrit :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = + \frac{1}{2} \mu_{eau} v^2 \pi R^2 C_x \vec{e}_z$$

Pour éviter les difficultés de signe, on peut pour cette phase prendre un axe vertical descendant, de vecteur unitaire \vec{e}_{z_p} .



En projetant l'équation vectorielle selon \vec{e}_{z_p} , et en posant $\vec{v} = v\vec{e}_{z_p}$, $\mu_{sp} \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{dv}{dt} = - \frac{1}{2} \mu_{eau} v^2 \pi R^2 C_x$

D'où, puisque $\mu_{sp} \simeq \mu_{eau}$, $\frac{dv}{dt} = - \frac{3}{8R} v^2 C_x$, puis en séparant les variables, $\frac{dv}{v^2} = - \frac{3C_x}{8R} dt$

On cherche simplement un lien entre la vitesse et la position.

Donc on introduit $dz_p = v dt$: $\frac{dv}{v^2} = - \frac{3C_x}{8R} \frac{dz_p}{v}$, ou encore $\frac{dv}{v} = - \frac{3C_x}{8R} dz_p$

Il vient $\int_{v_1}^{v(t)} \frac{dv}{v} = - \int_0^{z_p} \frac{3C_x}{8R} dz_p$ puis $\ln\left(\frac{v}{v_1}\right) = - \frac{3C_x}{8R} z_p$, puis $v = v_1 \exp\left(- \frac{3C_x}{8R} z_p\right)$.

On cherche la condition $z_p = h$ pour que $v = v_{max}$, et alors $H = H_{max}$

d'où $v_{max} = v_1 \exp\left(- \frac{3C_x}{8R} h\right) = \sqrt{2g(H-h)} \exp\left(- \frac{3C_x}{8R} h\right)$. Puis $v_{max}^2 \exp\left(+ \frac{3C_x}{4R} h\right) = 2g(H-h)$

$$H = h + \frac{v_{max}^2}{2g} \exp\left(+ \frac{3C_x}{4R} h\right)$$

Pour $R=20$ cm, on trouve $H=10$ m ; Pour $R=25$ cm, on trouve $H=5,9$ m ; Pour $R=30$ cm, on trouve $H=4,4$ m.

MF19_1 : glaçons et verre d'eau

1°) La situation initiale est résumée par le schéma ci-contre :

V_i est le volume de la partie immergée du glaçon,
 V_e le volume de la partie émergée ;

V est le volume total du glaçon.

On note ρ_e la masse volumique de l'eau liquide, et ρ_g celle de la glace.

En appliquant le théorème de la résultante dynamique au glaçon, dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, et en projetant selon (Oz) , on obtient à l'équilibre :

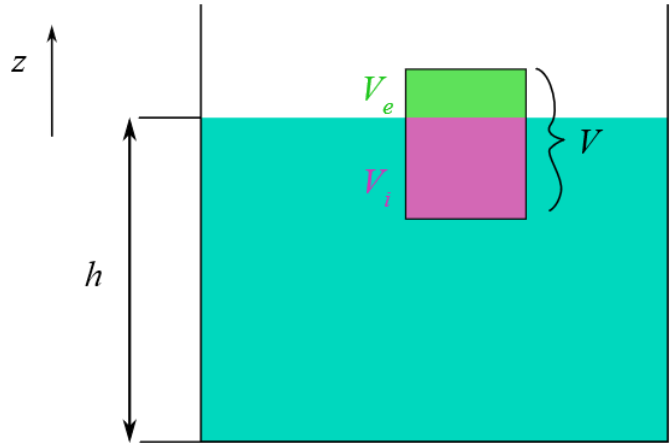
$$-\rho_g V g + \rho_e V_i g = 0, \text{ d'où } \rho_g V = \rho_e V_i \quad (1).$$

Par ailleurs, la conservation de la masse de matière eau, entre l'état solide et l'état liquide donne le volume V_f d'eau liquide qu'occupera le glaçon une fois fondu :

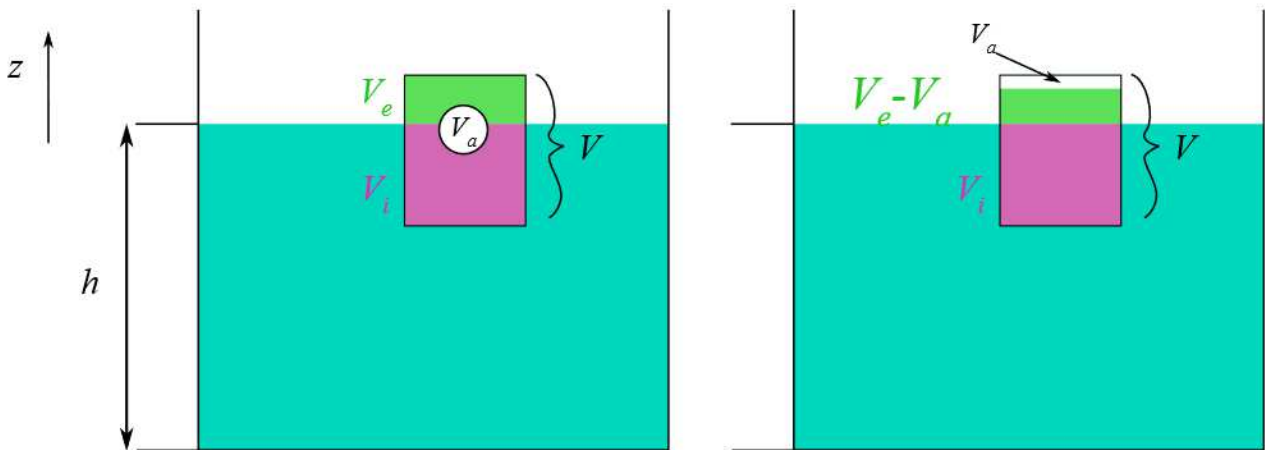
$$\rho_g V = \rho_e V_f \quad (2).$$

Les équations (1) et (2) conduisent à $V_i = V_f$, donc une fois fondu, le glaçon occupera exactement le volume violet, qui correspondait à la partie immergée du glaçon solide. En conséquence, le niveau de l'eau dans le vase ne changera pas :

$$\boxed{h' = h}.$$



2°) La situation initiale est résumée par le schéma ci-dessous :



Le dessin de gauche peut être remplacé, sans changer le problème, par celui de droite. On en conclut qu'on est dans le même cas qu'à la question 1°, d'où $\boxed{h'_2 = h}$.

Par le calcul, on peut confirmer :

En reprenant la démarche de la première question, et en négligeant la masse de l'air :

$$-\rho_g (V - V_a) g + \rho_e V_i g = 0, \text{ d'où } \rho_g (V - V_a) = \rho_e V_i \quad (3).$$

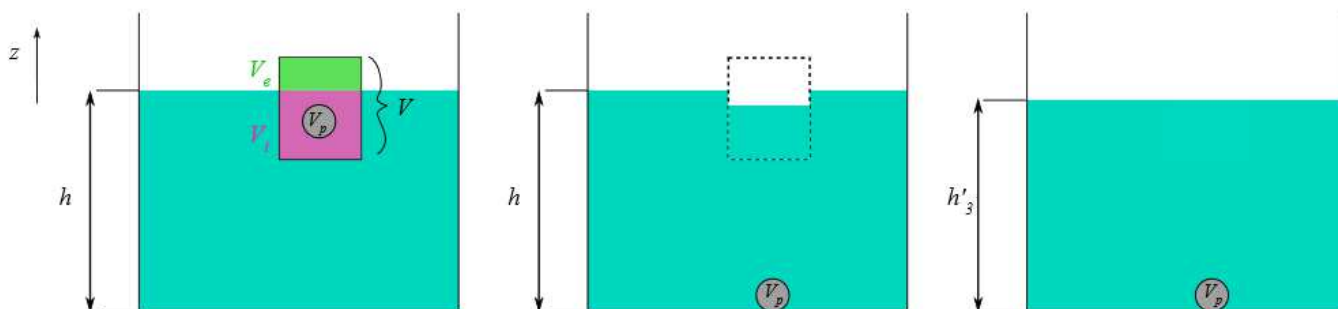
Par ailleurs, la conservation de la masse de matière eau, entre l'état solide et l'état liquide donne le volume V_f d'eau liquide qu'occupera le glaçon une fois fondu :

$$\rho_g (V - V_a) = \rho_e V_f \quad (4).$$

Les équations (3) et (4) conduisent à $V_i = V_f$, donc une fois fondu, le glaçon occupera exactement le volume violet, qui correspondait à la partie immergée du glaçon solide. En conséquence, le niveau de l'eau dans le vase ne changera pas :

3°) Si on remplace l'air par du plomb, on ne peut plus négliger la masse de l'inclusion. Le glaçon, plombé, aura un volume immergé plus important. Le glaçon, une fois fondu, ne pourra pas boucher tout le trou dans l'eau (le plomb occupera le même volume une fois le glaçon fondu), donc le niveau d'eau baissera.

$$h'_3 < h.$$



Par le calcul, avec encore la même démarche, et en notant V_p le volume de l'inclusion de plomb :

$$-\rho_g (V - V_p)g - \rho_{Pb} V_p g + \rho_e V_i g = 0, \text{ d'où } \rho_g (V - V_p) + \rho_{Pb} V_p = \rho_e V_i \quad (5).$$

Par ailleurs, la conservation de la masse de matière eau, entre l'état solide et l'état liquide donne le volume V_f d'eau liquide qu'occupera la glace du glaçon, une fois fondu :

$$\rho_g (V - V_p) = \rho_e V_f \quad (6).$$

Les équations (5) et (6) donnent :

$$\rho_e V_f + \rho_{Pb} V_p = \rho_e V_i,$$

$$\text{Donc } V_f = V_i - \frac{\rho_{Pb}}{\rho_e} V_p < V_i.$$

Si on note R le rayon du vase, le volume d'eau liquide initial était

$$V_{el i} = \pi R^2 h - V_i = \pi R^2 h - \frac{\rho_g (V - V_p) + \rho_{Pb} V_p}{\rho_e}.$$

$$\text{A la fin, l'eau liquide occupe } V_{el f} = \pi R^2 h - V_i + V_f$$

$$\text{D'où } \pi R^2 h'_3 = V_p + \pi R^2 h - \frac{\rho_{Pb}}{\rho_e} V_p. \text{ Donc } h'_3 = h + \frac{V_p}{\pi R^2} \left(1 - \frac{\rho_{Pb}}{\rho_e}\right).$$

MF19_3 : Bille et viscosité (CCP 2018, Caroline MARION)

1°) a) Les forces qui s'exercent sur la bille sont : son poids, la poussée d'Archimède, et la force de trainée.

b) $Re = \frac{\mu v \times 2R}{\eta}$. La loi de Stokes est valide pour $Re < 1$.

c) On applique le théorème de la résultante dynamique à la bille, dans le référentiel terrestre, supposé galiléen :

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \mu_B \frac{dv}{dt} \vec{u}_z = \frac{4}{3}\pi R^3 (\mu_B - \mu) g \vec{u}_z - 6\pi\eta R v \vec{u}_z$$

D'où, après projection selon (Oz) : $R^2 \mu_B \frac{dv}{dt} = R^2 (\mu_B - \mu) g - \frac{9\eta v}{2}$, puis $\frac{dv}{dt} + \frac{9\eta}{2\mu_B R^2} v = \left(1 - \frac{\mu}{\mu_B}\right) g$.

On pose $\tau = \frac{2\mu_B R^2}{9\eta}$. $\vec{v}(t) = \frac{2\mu_B R^2}{9\eta} \left(1 - \frac{\mu}{\mu_B}\right) g (1 - e^{-t/\tau}) \vec{u}_z$

Si la bille est en acier, et si le fluide est de l'eau, $\mu_B \simeq 8 \cdot 10^3$, $\eta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

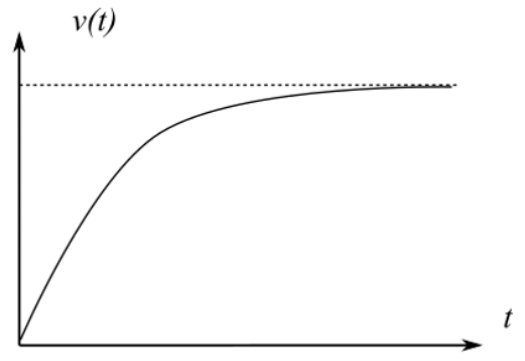
Pour $R = 1 \text{ cm}$, on trouve $\tau \simeq 2.10^2 \text{ s}$. Mais avec de la glycérine, c'est plus de 10 fois plus.

d) La vitesse limite (ou « finale ») est :

$$v_{finale} = \frac{2\mu_B R^2}{9\eta} \left(1 - \frac{\mu}{\mu_B}\right) g.$$

L'unité de la viscosité dynamique est le Pa.s

Si μ , μ_B , g sont connus, on fait plusieurs expériences avec des billes de différents rayons, puis on trace la vitesse finale en fonction de R^2 . On obtient une droite, dont le coefficient directeur est $\frac{2\mu_B}{9\eta} \left(1 - \frac{\mu}{\mu_B}\right) g$, donc on peut en déduire η .



2°) a) Soit le cylindre de rayon r et de hauteur H . Supposons que P_1 est la pression sur le disque du dessus, et P_2 celle sur le disque du dessous.

Les forces qui agissent sur ce cylindre sont : son poids, les forces de pression exercées par le fluide au-dessous et au-dessus (celles exercées par le fluide autour se compensent entre elles), les forces de viscosité exercées par le fluide autour : $-\mu g \pi r^2 H \vec{u}_z$, $P_2 \pi r^2 \vec{u}_z$, $-P_1 \pi r^2 \vec{u}_z$, $+\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r H \vec{u}_z$.

b) Le fluide étant incompressible, l'écoulement l'est aussi, donc $div \vec{v} = 0$, d'où, ici, $\frac{dv}{dr} = 0$.

Le théorème de la résultante dynamique appliqué au cylindre, dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, donne (puisque le régime est quasi-stationnaire) :

$$-\mu g \pi r^2 H \vec{u}_z + P_2 \pi r^2 \vec{u}_z - P_1 \pi r^2 \vec{u}_z + \eta \frac{dv}{dr} 2\pi r H \vec{u}_z = \vec{0}, \text{ d'où } -\mu g r H + (P_2 - P_1)r + \eta \frac{dv}{dr} 2H = 0.$$

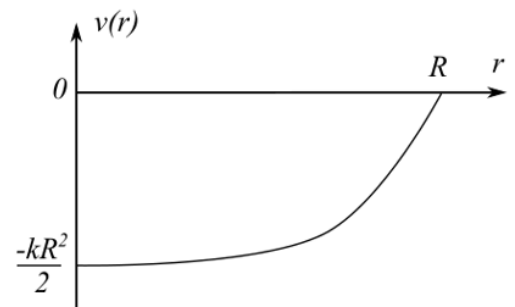
D'où $\frac{dv}{dr} = k r$, avec $k = \frac{P_1 - P_2}{2\eta H} + \frac{\mu g}{2\eta}$.

c) On intègre : $v(r) = \frac{kr^2}{2} + Cte$. Et puisque la condition d'adhérence donne $v(R) = 0$, il vient :

$$v(r) = \frac{k(r^2 - R^2)}{2}$$

d) Attention, l'écoulement n'est pas parfait. Pour trouver le débit volumique, il faut intégrer :

$$D_v = -\int_0^R v(r) 2\pi r dr = -\frac{k}{2} 2\pi \int_0^R (r^3 - R^2 r) dr = \frac{k\pi R^4}{4}$$



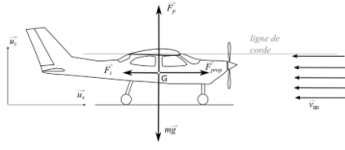
MF-15: Avion de tourisme (Thomas THEVENOT CCP 2018), problème peu guidé

MF19_5 : Avion de tourisme (CCP 2018, Thomas THEVENOT et CCP 2015)

1°) a) Les forces qui s'exercent sur l'avion sont : son poids, la force de propulsion, la force de portance, et la force de trainée. La poussée d'Archimède est négligeable devant le poids pour un avion.

Le dessin ci-dessous représente ces forces lors de la phase de décollage, dans l'hypothèse (cf énoncé) où l'axe de l'avion, la ligne de corde, et l'axe horizontal sont parallèles.

Dans ces conditions, pour que l'avion décolle, la force de portance $F_p > mg$, d'où, en notant μ la volumique de l'air, et S la surface de référence de l'aile :



conditions, pour que l'avion il faut que la force de soit supérieure au poids : mg , d'où, en notant μ la volumique de l'air, et S la surface de référence de

$$\frac{1}{2} \mu v_{\infty}^2 S C_z > mg.$$

On en déduit $v_{\infty \min} = \sqrt{\frac{2mg}{\mu S C_z}}$ On lit sur les courbes $C_z = 0,4$ pour un angle d'incidence nul.

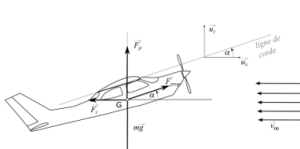
$$v_{\infty \min} = \sqrt{\frac{2 \times 700 \times 9,81}{1,2 \times 10 \times 1,2 \times 0,4}} = 49 \text{ m.s}^{-1}, \text{ ce qui représente } 0,18 \cdot 10^3 \text{ km/h.}$$

Remarques :

- on n'a pris en compte que la force de portance de l'aile, mais le fuselage ne change pas grand-chose.

3°) Le dessin des forces.

Si on isole terrestre, théorème de s'écrit, en compte tenu que la vitesse de l'avion est constante : $F_{prop} \cos \alpha - \frac{1}{2} \mu v_{\infty}^2 S C_x = 0$.



ci-dessous montre le bilan

l'avion, dans le référentiel supposé galiléen, le la résultante dynamique projection selon \vec{u}_x ,

$$\text{Et en projection selon } \vec{u}_z : F_{prop} \sin \alpha + \frac{1}{2} \mu v_{\infty}^2 S C_z = mg.$$

Intuitivement, la puissance sera minimale en vol horizontal lorsque la finesse sera assez proche de sa valeur maximale. Sur la polaire d'Eiffel (C_z en fonction de C_x), on lit que la finesse max est obtenue pour un angle d'environ $6,5^\circ$, ce qui est un petit angle.

En première approximation, on doit donc pouvoir négliger $F_{prop} \sin \alpha$ devant $\frac{1}{2} \mu v_{\infty}^2 S C_z$, d'où $\frac{1}{2} \mu v_{\infty}^2 S C_z \approx mg$, puis en reportant dans l'autre équation : $F_{prop} \cos \alpha \approx mg \frac{C_x}{C_z}$.

La puissance fournie par le moteur est alors $\wp = F_{prop} v_{\infty} \cos \alpha \approx mg v_{\infty} \frac{C_x}{C_z}$.

Or, la finesse est $\frac{C_z}{C_x}$, donc on confirme que la puissance sera minimale pour la finesse maximale.

Pour un angle d'incidence de $6,5^\circ$, on lit $C_x = 0,024$ et $C_z = 1,05$.

Pour $v_{\infty} = \frac{200}{3,6}$ m/s, il vient : $\wp = 8,7$ kW.

4°) Le contexte est décrit sur le schéma :

- En principe, le C_z dépend du nombre de Reynolds. Mais assez peu, pour les hauts Reynolds.

2°) À la vitesse trouvée précédemment, la puissance développée par le moteur est $\wp = F_{prop} v_{\infty \min}$.

Si on isole l'avion, dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, le théorème de la résultante dynamique s'écrit, en projection selon \vec{u}_x : $F_{prop} - F_t = m \frac{d^2x}{dt^2}$. Et pour avoir $\frac{d^2x}{dt^2} \geq 0$, il faut $F_{prop} \geq F_t$, d'où $F_{prop} \geq \frac{1}{2} \mu v_{\infty}^2 S C_x$.

On lit $C_x = 0,016$ pour une incidence nulle, d'où $\wp_{\min} = F_{prop \min} v_{\infty \min} = \frac{C_x}{C_z} mg v_{\infty \min} = 13$ kW.

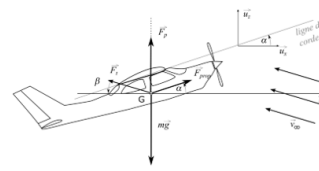
On trouve donc nettement moins que la puissance maximale, mais :

- On n'a tenu compte que de la trainée de l'aile, pas du fuselage et des empennages arrière ;
- Au moment où il décolle, en réalité, il n'est pas à sa vitesse max, donc $\frac{d^2x}{dt^2} > 0$;
- En réalité, au décollage, l'avion monte, donc la force de propulsion doit aussi lutter contre la pesanteur ;
- La puissance max sera utile à une vitesse de croisière, supérieure à celle du décollage, sachant que la force de trainée varie comme le carré de la vitesse.

L'angle $i = \alpha + \beta$.

Pour que faut, $C_z(i)$ que $i <$

Pour $\beta = 7^\circ$, cela entraîne $\alpha < 3,5^\circ$.



d'incidence est maintenant

l'avion ne décroche pas, il d'après le graphe donnant

$10,5^\circ$.

Fin de document

MF-16: Ballon sonde et stabilité (Bilgehan TANRIVERDI CCP 2017)

1. La relation fondamentale de la statique des fluides s'écrit, dans le référentiel terrestre : $\vec{\text{grad}} P = \mu \vec{g}$ en notant μ la masse volumique de l'air. Et avec le modèle du gaz parfait, l'équation d'état conduit à $\mu = \frac{PM}{RT_0}$. D'où $\vec{\text{grad}} P = \frac{PM}{RT_0} \vec{g}$.

2. En projetant sur les axes (Ox) et (Oy), horizontaux, on obtient $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ et $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$, donc P ne dépend que de z .

En projetant sur l'axe (Oz) imposé vertical ascendant, $\frac{dP}{dz} = -\frac{Mg}{RT_0} P$. On introduit le facteur d'échelle $H = \frac{RT_0}{Mg}$, d'où $\frac{dP}{P} = -\frac{dz}{H}$, qui s'intègre en : $P(z) = P(0) \exp(-z/H)$.

3. L'équation $\mu = \frac{PM}{RT_0}$ conduit à $\mu(z) = \mu(0) \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$, avec $\mu(0) = \frac{P(0)M}{RT_0}$.

4. On isole le ballon sonde, dans le référentiel terrestre, supposé galiléen ; le théorème de la résultante dynamique s'écrit, en projection selon \vec{e}_z : $m_b \frac{d^2z}{dt^2} = -m_b g + \mu(z) V_b g$.

L'équilibre z_{eq} correspond à $m_b = \mu(z_{eq}) V_b$, d'où $\frac{m_b}{V_b} = \mu(0) \exp\left(-\frac{z_{eq}}{H}\right)$.

Puis $z_{eq} = H \ln \left(\frac{\mu(0) V_b}{m_b} \right) = \frac{RT_0}{Mg} \ln \left(\frac{P(0) M V_b}{m_b R T_0} \right)$. Pour $T_0 = 273 \text{ K}$, $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $P(0) = 1 \text{ bar}$, on trouve $z_{eq} \approx 2 \text{ km}$. Le résultat dépend sensiblement de la température : pour 300 K , on trouve $1,3 \text{ km}$.

5. Cet équilibre est stable. En effet,

si une perturbation fait augmenter z , la masse volumique de l'air diminue, donc la poussée d'Archimède aussi, et elle devient inférieure au poids : le ballon redescend.

si une perturbation fait diminuer z , la masse volumique de l'air augmente, donc la poussée d'Archimède aussi, et elle devient supérieure au poids : le ballon remonte.

6. On isole le ballon sonde, dans le référentiel terrestre, supposé galiléen; le théorème de la résultante dynamique s'écrit, en projection selon \vec{e}_z : $m_b \frac{d^2 z}{dt^2} = -m_b g + \mu(z) V_b g$.

Et $z = z_{eq} + h$, donc $\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2 h}{dt^2}$ et $m_b \frac{d^2 h}{dt^2} = -m_b g + \mu(0) V_b g \exp \left(-\frac{z_{eq} + h}{H} \right)$.

Soit $m_b \frac{d^2 h}{dt^2} = -m_b g + \mu(0) V_b g \exp \left(-\frac{z_{eq}}{H} \right) \exp \left(-\frac{h}{H} \right)$.

Puis, en remplaçant $\mu(0) \exp \left(-\frac{z_{eq}}{H} \right) V_b$ par m_b , grâce à l'équation de l'équilibre : $m_b \frac{d^2 h}{dt^2} = -m_b g + m_b g \exp \left(-\frac{h}{H} \right)$, c'est-à-dire $\frac{d^2 h}{dt^2} = g \left(-1 + \exp \left(-\frac{h}{H} \right) \right)$.

Un développement limité à l'ordre 1 de l'exponentielle donne alors : $\frac{d^2 h}{dt^2} + g \frac{h}{H} = 0$.

C'est l'équation d'un oscillateur harmonique, avec pour pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{H}} = g \sqrt{\frac{M}{RT_0}}$.

On peut aussi passer par l'énergie.

MF-17: Fissure dans une citerne (Mohamed BOUZOUBAA CCINP 2021, Raphaël CLUZEAUD CCP 2016)

$$w = \sqrt[3]{\frac{12 Q_s \eta e}{\mu_{eau} g L (h_1 - d)}} = 0.09 \text{ mm}, \text{ puisque } Q_s = \frac{L_1 \ell_1 \Delta h}{\Delta t}.$$

La fuite s'arrête quand il y a égalité de pression de part et d'autre de la fissure : $P_{int} = P_0$. Or, $P_{int} = P_{air} + \mu g (h - d)$, et $P_{air} = P_0 \frac{h_1 - h_0}{h_1 - h}$ si on dit que l'air enfermé évolue de façon isotherme (évolution lente). On tombe sur une équation du second degré, et on ne garde que la solution physiquement possible, d'où $h_0 - h_{final} = 0.3 \text{ cm}$.

Il vaut mieux mettre un bouchon étanche si on ne veut pas perdre d'eau. Mais il faut penser à l'enlever quand on tire de l'eau de la citerne.

MF-18: Tube en U avec 3 fluides (Navale 2015)

On note ρ la masse volumique de l'eau, et ρ' celle de l'alcool.

Tout d'abord, on peut dire qualitativement, que $h' < h$. En effet, le poids de la colonne d'eau doit être contrebalancé par le poids d'une colonne d'alcool plus une colonne de mercure, puisque l'eau est de masse volumique intermédiaire entre celle de l'alcool et celle du mercure.

Soit A un point de l'interface eau-mercure. La relation fondamentale de la statique des fluides dans l'eau donne, après intégration : $P_A = P_0 + \rho g h$.

Soit B un point de l'interface alcool-mercure. La relation fondamentale de la statique des fluides dans l'alcool donne, après intégration : $P_B = P_0 + \rho' g h'$.

Soit C un point dans le mercure, situé sous l'alcool, à la même altitude que A . La relation fondamentale de la statique des fluides dans le mercure donne, après intégration : $P_C = P_B + \rho_{Hg} g \Delta h$.

Et puisque A et C sont à la même altitude, et séparés l'un de l'autre uniquement par du mercure, $P_A = P_C$.

Il vient $P_0 + \rho' g h' + \rho_{Hg} g \Delta h = P_0 + \rho g h$, ou plus simplement $\rho' g h' + \rho_{Hg} g \Delta h = \rho g h$ (1).

Par ailleurs, la conservation du volume total s'écrit : $h = h' + \Delta h$ (2).

En combinant les équations (1) et (2), on obtient :

$$(\rho' - \rho) g h' = (\rho - \rho_{Hg}) g \Delta h, \text{ puis } h' = \frac{\rho - \rho_{Hg}}{\rho' - \rho} \Delta h = 31,5 \text{ cm} \text{ et } h = \frac{\rho' - \rho_{Hg}}{\rho' - \rho} \Delta h = 32 \text{ cm}.$$

MF-19: Distribution d'eau en écoulement parfait (Etienne JEAN Centrale 2016 physique 2 avec préparation)

1. Écoulement parfait, quasi-stationnaire, homogène et incompressible : (Torricelli) $v_B = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2g(H - h_0)} = 2 \times 10^1 \text{ L s}^{-1}$.

2. La figure n'est pas à l'échelle mais on voit bien le terme $\mu g z$ qui décroît, est constant, puis croît. Le terme d'énergie cinétique volumique est quasi-nul dans le réservoir (grande section d'écoulement), puis devient constant dans le tuyau. Enfin, P se déduit des deux autres car la somme des 3 est constante (Bernoulli).

v^2 et P admettent une quasi discontinuité (gros changement de section à l'arrivée dans le tuyau), mais pas $\mu g z$.

Les trois termes sont des énergies volumiques.

3. Soit z_L l'altitude du lac. On a $\mathcal{P} = \left[\mu g (H - z_L) + \frac{1}{2} \mu \left(\frac{D_v}{S} \right)^2 \right] D_v$, obtenu en multipliant le débit volumique par la variation d'énergie mécanique volumique.

4. Il est plus efficace de remplir le réservoir par le haut comme sur le schéma (eau qui arrive dans l'air), car si on remplit par le bas, il y aura refoulement d'eau dans de l'eau, avec pas mal de remous, énergivores. L'air est moins visqueux que l'eau, donc il vaut mieux rejeter l'eau dans l'air.

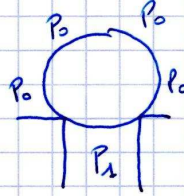
16 MF2 Jet d'eau et boulet-

MF16.2 Clément VENINI Centrale 2015, avec préparation

1°) On est en statique. La pression sous le boulet est

$$P_1 = P_0 + \rho g H$$

La pression P_1 est quasi uniforme sous le morceau de sphère.



Elle est uniforme (P_0) au dessus.

On peut "aplatir" dessus et dessous.

⇒ la résultante des forces de pression est $\vec{F}_p \approx (P_1 - P_0) S_b \vec{e}_z$

Pour que le boulet soit éjecté, il faut $(P_1 - P_0) S_b > M g$

$$\text{C'est } \rho H S_b > M$$

$$H > \frac{M}{\rho S_b}$$

$\rho = 7 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ (fonte)
 $\Rightarrow R \approx 17 \text{ cm} \Rightarrow R_b = 10 \text{ cm}$
 $\Rightarrow H > 4,8 \text{ m}$

2°) Th^m de Bernoulli entre A (surface libre) et B (haut du jet central)

$$\Rightarrow P_0 + \rho g H + \frac{1}{2} \rho \times 0 = P_0 + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

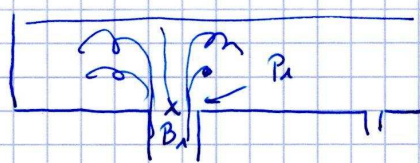
$$\Rightarrow z_B = H$$

3°) Fuite d'eau: Torricelli, $v_c \approx \sqrt{2gh_1}$ et le débit de sortie est $D_s = S_c \sqrt{2gh_1}$

Et débit d'entrée:

$$P_1 = P_0 + \rho g h_1$$

Bernoulli entre A₁ à H, et B₁ ci-dessous



$$\Rightarrow P_0 + \rho g H + 0 \approx (P_0 + \rho g h_1) + 0 + \frac{1}{2} \rho v_b^2$$

$$\Rightarrow v_b \approx \sqrt{2g(H-h_1)} \Rightarrow \text{débit d'entrée } D_e \approx S_b \sqrt{2g(H-h_1)}$$

$$h_1 = h_2 \Rightarrow D_e = D_s \Rightarrow S_c \sqrt{2gh_1} = S_b \sqrt{2g(H-h_1)}$$

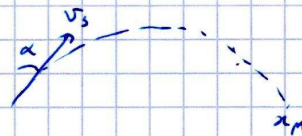
$$\Rightarrow S_c = S_b \sqrt{\frac{H-h_1}{h_1}} = 0,037 \text{ m}^2$$

4°) A la sortie du tuyau, $v_s \approx \sqrt{2gH}$

Puis, balistique

non pour $\alpha = \frac{\pi}{4}$

φ MEC 2016



MF-21: P(z) et T(z) atmosphère (Nicolas ARBEZ CCP 2015), problème ouvert

On s'intéresse à l'atmosphère au voisinage d'un rivage maritime en été. Le niveau de la mer repère l'origine de l'axe Oz vertical ascendant. La température de l'air à l'altitude $z = 0$ est $T_0 = 20$ degrés C. Elle diminue de 1,0 degré tous les 100m. L'air est assimilé à un gaz parfait.

1. Exprimer la masse volumique μ de l'air en fonction de la température, en négligeant les variations de pression. La calculer pour T_0 .
2. Soit un volume d'air de 1.0m^3 . Calculer la résultante des forces de pression qui agissent sur ce volume, en négligeant toujours les variations de pression en fonction de l'altitude.
3. Établir l'expression de la fonction $T(z)$. La masse volumique de l'air est-elle fonction croissante ou décroissante de l'altitude?
4. En réalité, c'est le contraire, pourquoi?
5. Si on prend en compte les variations de pression avec l'altitude, que devient la résultante des forces de pression qui agissent sur un volume d'air de 1.0m^3 ?
6. Établir puis résoudre l'équation différentielle donnant la pression en fonction de l'altitude.

MF-22: Fluide en écoulement sur une balance (Centrale 2015)

1. Cf cours

2. On trouve le diamètre à partir de la section, et pour l'entrée, $Re \approx 10^{5.5} \gg 2.10^3$, donc l'écoulement est turbulent. Au niveau des sorties, le débit est deux fois plus petit (car il y a 2 sorties), donc la vitesse aussi, et Re aussi; l'écoulement est également turbulent.

3. Soit Σ_0 le système (ouvert) constitué du récipient et de l'eau qui se trouve à l'intérieur. Soit $\delta\Sigma_1$ l'eau qui va y entrer pendant dt , $\delta\Sigma_2$ l'eau qui va en sortir pendant dt par la droite, et $\delta\Sigma_3$ celle qui va en sortir pendant dt par la gauche. On considère le système fermé Σ^* tel que : $\Sigma^*(t) = \Sigma_0(t) \cup \delta\Sigma_1$, et $\Sigma^*(t+dt) = \Sigma_0(t+dt) \cup \delta\Sigma_2 \cup \delta\Sigma_3$.

Les quantités de mouvement de $\delta\Sigma_2$ et $\delta\Sigma_3$ se compensent entre elles. Il vient, en régime stationnaire : $\frac{d\vec{p}^*}{dt} = \mu v_1^2 S_1 \vec{e}_z$. La pression qui règne autour de Σ^* est P_0 partout, sauf au niveau de la section S_1 , où elle vaut P_1 . La relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant allant de l'entrée 1 à la sortie 2 donne $P_1 + \frac{1}{2}\mu v_1^2 + \mu gH = P_0 + \frac{1}{2}\mu \frac{v_1^2}{4} + 0$, donc $P_1 = P_0 - \mu gH - \frac{3}{8}\mu v_1^2$.

Le TRD pour Σ^* donne alors $\mu v_1^2 S_1 \vec{e}_z = m^* \vec{g} + (P_0 - P_1) S_1 \vec{e}_z + \vec{F}_{bal \rightarrow recip}$. Il vient $\vec{F}_{bal \rightarrow recip} = \mu v_1^2 S_1 \vec{e}_z + m^* \vec{g} \vec{e}_z - \mu g H S_1 \vec{e}_z - \frac{3}{8}\mu v_1^2 S_1 \vec{e}_z$.

La balance indique une masse, qui est la norme de cette force divisée par g : $m_{balance} = m^* - \mu H S_1 + \frac{5}{8}\mu v_1^2 S_1$.

4. Si on ferme l'arrivée d'eau, et si les sorties 2 et 3 sont assez petites pour empêcher l'eau de sortir (comme dans une pipette), alors le calcul précédent reste valide et il suffit d'y remplacer v_1 par 0 : $m_{balance} = m^* - \mu H S_1$. L'indication de la balance est alors plus faible quand il n'y a pas d'écoulement, ce qui est logique car en présence d'écoulement, l'eau qui arrive verticalement et descendante dans l'entrée, est remplacée par de l'eau qui sort horizontalement (les deux sorties se compensant), et pour dévier chaque jet d'eau, il faut que la balance exerce une force dont la composante verticale est vers le haut.

NB : si les trous 2 et 3 sont plus gros, de manière à ce que l'eau puisse sortir, il nous faut des hypothèses en plus pour répondre à la question : présence de bouchons, etc.

MF-23: Fluide visqueux et plaque oscillante (Centrale)

1. Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, on applique le principe fondamental de la dynamique à une particule de fluide, de longueur dx , de largeur dy , située entre z et $z + dz$:

$$\mu dx dy dz \left(\frac{\partial v}{\partial t} \vec{u}_x + \nu \frac{\partial v}{\partial x} \vec{u}_x \right) = - \text{grad} P dx dy dz - \mu dx dy dz g \vec{u}_z - \eta \frac{\partial v}{\partial z}(z, t) dx dy \vec{u}_x + \eta \frac{\partial v}{\partial z}(z + dz, t) dx dy \vec{u}_x.$$

Puisque ν ne dépend pas de x , $\nu \frac{\partial v}{\partial x} = 0$, et en projetant l'équation selon (Ox) , et en simplifiant, on obtient :

$$\mu \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}.$$

Du fait que la plaque est infiniment étendue selon (Ox) , on a $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$.

$$\text{Finalement, } \mu \frac{\partial v}{\partial t} = \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}.$$

2. On reconnaît une équation type diffusion. Et puisqu'on est en régime temporel purement sinusoïdal, la résolution sera similaire à celle vue lors de l'étude de l'effet de peau thermique, ou électromagnétique :

on passe en notation complexe, en posant $\underline{v}(z, t) = \underline{V}(z) e^{j\omega_0 t}$.

On remplace dans l'équation aux dérivées partielles : $\frac{d^2 \underline{V}}{dz^2} = \frac{j\omega_0 \mu}{\eta} \underline{V}$.

Les deux solutions de l'équation caractéristique sont $\pm \frac{1+j}{\delta}$, avec $\delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega_0 \mu}}$, qui représente la distance caractéristique demandée.

On obtient donc $\underline{V}(z) = \underline{\alpha} e^{z/\delta} e^{jz/\delta} + \underline{\beta} e^{-z/\delta} e^{-jz/\delta}$.

Afin que la vitesse reste finie quand z tend vers l'infini, $\underline{\alpha} = 0$. Et en posant $\underline{\beta} = \underline{\beta} e^{j\varphi}$, la solution trouvée est :

$$v(z, t) = \beta e^{-z/\delta} \cos(\omega_0 t - z/\delta + \varphi).$$

Compte tenu de la condition aux limites en $z = 0$, $\beta = A$ et $\varphi = 0$: $\vec{v}(z, t) = A e^{-z/\delta} \cos(\omega_0 t - z/\delta) \vec{u}_x$.

MF-24: Écoulement dans une tuyère (classique)

1. Le dessin est ci-contre.

2. a. En procédant comme dans le cours sur les ondes sonores dans les fluides, on établit que l'accélération d'une particule de

fluide s'écrit ici (Pb 1D) : $\vec{a} = \frac{\partial v}{\partial t} \vec{e}_x + v \frac{\partial v}{\partial x} \vec{e}_x$. Et puisqu'on est ici

en régime stationnaire, $\vec{a} = v \frac{\partial v}{\partial x} \vec{e}_x = v \frac{dv}{dx} \vec{e}_x$.

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à une particule

de fluide s'écrit donc : $\mu d\tau v \frac{dv}{dx} \vec{e}_x = -\vec{\text{grad}} P d\tau$. Après projection

et simplification, il vient : $\mu v \frac{dv}{dx} = -\frac{dP}{dx}$.

2. b. On en déduit $\mu v dv = -dP$ (1).

2. c. La célérité c du son dans un fluide vérifie la relation $c =$

$$\frac{1}{\sqrt{\mu \chi_S}}. \text{ Or, } \chi_S = \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dP}, \text{ ce qui donne bien } c = \sqrt{\frac{dP}{d\mu}} \text{ puis } c^2 = \frac{dP}{d\mu}$$

(2).

2. d. En utilisant (1) et (2), on a $c^2 d\mu = -\mu v dv$ (3).

3. a. Le fluide étant non visqueux, on peut considérer que le champ des vitesses est uniforme dans chaque section droite, d'où $D_m = \mu v S$. Et puisque l'écoulement est stationnaire, ce débit est une constante : il ne dépend ni de x ni de t . Sa différentielle est donc nulle $dD_m = 0$, d'où $v S d\mu + \mu S dv + \mu v dS = 0$.

3. b. En utilisant le résultat ci-dessus et (3), il vient : $-v S \frac{\mu v}{c^2} dv + \mu S dv + \mu v dS = 0$, puis $\frac{dS}{S} = -\frac{dv}{v} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$ (4), ce qui est bien de

la forme $-\frac{dv}{v} f(v) = \frac{dS}{S}$, avec $f(v) = 1 - \frac{v^2}{c^2}$.

4. Quand on avance le long de la tuyère, P diminue, donc $dP < 0$. L'équation (1) donne alors $dv > 0$. Du fait de l'équation (4), $1 - \frac{v^2}{c^2}$ est de signe opposé à dS .

Dans la première partie de la tuyère, S diminue, donc $dS < 0$, donc $1 - \frac{v^2}{c^2} > 0$: la vitesse de l'écoulement est subsonique $v < c$.

Dans la seconde partie de la tuyère, S augmente, donc $dS > 0$, donc $1 - \frac{v^2}{c^2} < 0$: la vitesse de l'écoulement est supersonique $v > c$.

Le fluide passe le mur du son au niveau du col.

