
Conversion de puissance

CP-1: Machine à courant continu (CCINP 2025 Aurèle DURAND)

Fait en classe.

CP-2: Hacheur (CCINP 2025 Rania EL MALKI et Keenan GALLART)

Fait en classe.

CP-3: Conduction continue (CCINP 2025 Maxime PATTON)

Fait en classe.

CP-4: Adaptation d'impédance (Pierre GIRIE CCINP 2023)

1. $\underline{Z}_R = R$; $\underline{Z}_L = jL\omega$; $\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$.

2. Une résistance a le même comportement à toute fréquence.

Une bobine se comporte comme un fil à très basse fréquence, et comme un interrupteur ouvert en très haute fréquence.

Un condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert à très basse fréquence, et comme un fil en très haute fréquence.

3. La valeur efficace de l'intensité du courant dans la maille est $I = |\underline{I}| = \left| \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_c + \underline{Z}_g} \right|$.

La puissance moyenne demandée est $\mathcal{P} = \Re e(\underline{Z}_c) I^2$, d'où $\mathcal{P} = R_c I^2 = R_c \frac{|\underline{E}|^2}{|\underline{Z}_c + \underline{Z}_g|^2}$.

Ou encore $\mathcal{P} = R_c \frac{|\underline{E}|^2}{(R_c + R_g)^2 + (X_c + X_g)^2}$.

4. Pour maximiser \mathcal{P} , il faut minimiser son dénominateur, qui est une somme de deux termes positifs ou nuls. X_c n'intervient que dans ce dernier terme, qui a pour valeur minimale 0, d'où $X_c = -X_g$.

5. Pour $X_c = -X_g$, $\mathcal{P} = R_c \frac{|\underline{E}|^2}{(R_c + R_g)^2}$.

Attention, cette fois, le paramètre qu'on cherche à optimiser est présent à la fois au numérateur et au dénominateur. Afin de simplifier l'étude, faisons en sorte qu'il n'apparaisse qu'au dénominateur, en divisant en haut et en bas par R_c , qui n'est jamais nul, en pratique, pour une résistance "de la vraie vie", si on met de côté les supraconducteurs, qu'on n'utilise que dans des contextes très

limités : $\mathcal{P} = \frac{|\underline{E}|^2}{\left(\sqrt{R_c} + \frac{R_g}{\sqrt{R_c}}\right)^2}$.

Pour maximiser \mathcal{P} , il faut minimiser son dénominateur, donc aussi minimiser $\sqrt{R_c} + \frac{R_g}{\sqrt{R_c}}$, qui est une somme de deux termes positifs.

Posons $f(x) = x + \frac{R_g}{x}$. On dérive : $f'(x) = 1 - \frac{R_g}{x^2}$. Cette dérivée est nulle pour $x^2 = R_g$, et donc comme x est positif, pour $x = \sqrt{R_g}$.

En définitive, \mathcal{P} est maximale pour $R_c = R_g$.

6. En résumé, \mathcal{P} est maximale pour $\underline{Z}_c = \underline{Z}_g^*$, c'est-à-dire quand l'impédance complexe de la charge est le complexe conjugué de l'impédance complexe interne du générateur.

7. L'adaptation d'impédance est la démarche qui consiste à choisir l'impédance de la charge énergétique pour maximiser la puissance moyenne qu'elle reçoit de la source énergétique.

8. Si $R_c \neq R_g$, on peut ajouter un transformateur de rapport m entre la source et la charge, choisi de telle sorte que $\frac{R_c}{m^2} = R_g$. En effet, la résistance R_c ramenée au primaire sera $\frac{R_c}{m^2}$.

CP-5: Transformateur (Margot MISERERE CCINP 2023)

1. Un transformateur idéal, (ou parfait) est un transformateur pour lequel :

- on néglige la résistance des fils
- on suppose le noyau ferromagnétique linéaire, homogène et isotrope
- on suppose sa perméabilité infinie.

Le tore ferromagnétique a pour rôle d'assurer un excellent couplage magnétique entre les deux bobines.

Il faut le prendre en matériau doux, car on cherche à minimiser les pertes par hystérésis. Les matériaux durs sont destinés à la fabrication d'aimants permanents.

2. Avec les hypothèses du transformateur parfait, le circuit équivalent à chacune des deux bobines est simplement une fem. En prenant un vecteur unitaire \vec{n} normal à chacune des sections du tore, et dirigé dans le sens horaire, on peut écrire partout $\vec{B} = B\vec{n}$, et $\vec{H} = H\vec{n}$, puisque ces champs sont canalisés par le noyau ferromagnétique. B et H représentent les champs moyennés sur une section du tore.

En orientant les fem dans le sens de parcours du fil de haut en bas, dans chacune des deux bobines, on obtient $e_1 = -v_1 = -n_1 S \frac{dB}{dt}$,

et $e_2 = -v_2 = -n_2 S \frac{dB}{dt}$, d'où $\frac{v_2(t)}{v_1(t)} = \frac{n_2}{n_1}$. On peut noter ceci m , c'est le rapport du transformateur.

On peut ajouter que les points du haut des deux bobines sont homologues.

3. On applique le théorème d'Ampère sur un contour moyen, Γ , orienté dans le sens horaire. Puisque la perméabilité magnétique du tore est supposée infinie, $H = 0$ dans le tore, donc sa circulation le long de Γ est nulle, et donc on obtient $n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0$.

Il vient $\frac{i_2(t)}{i_1(t)} = -\frac{n_1}{n_2}$.

$$4. \mathcal{E}_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2.$$

5. \mathcal{E}_m est aussi l'intégrale sur tout le volume de l'espace où existe un champ magnétique, de $\frac{B^2}{2\mu_0}$.

Et il est bien évident qu'en intégrant une quantité positive ou nulle sur un volume, on obtient une quantité positive ou nulle, donc

$$\mathcal{E}_m \geq 0, \text{ et de même } \frac{\mathcal{E}_m}{i_1^2} \geq 0.$$

$$\text{Or, } \frac{\mathcal{E}_m}{i_1^2} = \frac{1}{2} L_1 + \frac{1}{2} L_2 \left(\frac{i_2}{i_1} \right)^2 + M \frac{i_2}{i_1}.$$

On pose $x = \frac{i_2}{i_1}$, d'où $\frac{\mathcal{E}_m}{i_1^2} = f(x) = \frac{1}{2} L_1 + \frac{1}{2} L_2 x^2 + Mx$.

Cette quantité, dépendant de x , ne peut pas changer de signe, donc le discriminant de l'équation $f(x) = 0$ doit être négatif ou nul : $M^2 - L_1 L_2 \leq 0$.

6. Calculons le flux du champ magnétique à travers les n_1 spires de la bobine 1, en prenant les normales dans le sens de \vec{n} : $\phi_1 = n_1 B S$. Or, d'après le théorème d'Ampère, $H\ell = n_1 i_1 + n_2 i_2$, d'où $B = \mu_0 \mu_r \left(\frac{n_1 i_1 + n_2 i_2}{\ell} \right)$, puis $\phi_1 = \frac{\mu_0 \mu_r n_1^2 S}{\ell} i_1 + \frac{\mu_0 \mu_r n_1 n_2 S}{\ell} i_2$. On en

$$\text{déduit } L_1 = \frac{\mu_0 \mu_r n_1^2 S}{\ell}, \text{ et } M = \frac{\mu_0 \mu_r n_1 n_2 S}{\ell}.$$

En faisant pareil pour la bobine 2, on trouve $\phi_2 = \frac{\mu_0 \mu_r n_2^2 S}{\ell} i_2 + \frac{\mu_0 \mu_r n_2 n_1 S}{\ell} i_1$. On en déduit $L_2 = \frac{\mu_0 \mu_r n_2^2 S}{\ell}$, et on confirme l'expression de M .

Ces expressions conduisent bien à $M^2 = L_1 L_2$.

Pour un transformateur, μ_r tend vers l'infini, donc L_1 , L_2 et M deviennent infinis, mais $\frac{M^2}{L_1 L_2}$ reste fini et égal à 1. Oui, la relation reste valable. Le couplage entre les deux bobines d'un transformateur parfait est total, car la perméabilité magnétique étant infinie, il n'y a aucune fuite magnétique : toutes les lignes de champ qui traversent le bobinage 1 traversent aussi le bobinage 2.

CP-6: Onduleur sur charge inductive (CCINP 2019)

1. Convertir une puissance électrique sous forme continue en une puissance électrique sous forme alternative. Exemple : les onduleurs pour renvoyer l'énergie produite par des panneaux photovoltaïques sur le réseau EDF.

2. $u(t)$ est un créneau qui varie entre $+E$ et $-E$, il est à $+E$ entre $-T/4$ et $+T/4$.

3. $\langle u \rangle = 0$ et $U_{eff} = E$.

4. $\tau \gg (T/2)$ donc les formes exponentielles de $i(t)$ peuvent être assimilées à des segments.

5. $i_{max} = \frac{ET}{4L} = 0.050A$. $i_{min} = -i_{max}$ car le système qui fait passer de u à i a un comportement type passe-bas donc il conserve la composante continue, d'où $\langle i \rangle = 0$.

6. Transistors vers le bas, en parallèle avec diodes vers le haut.

$$7. \langle P \rangle = \frac{RE^2 T^2}{48L^2}.$$

CP-7: Auto-transformateur

1. Soit Γ un contour moyen dans le noyau ferromagnétique, orienté dans le sens horaire. Avec les hypothèses du transformateur parfait, le milieu est l.h.i., et de perméabilité infinie, donc l'excitation magnétique est nulle, donc le théorème d'Ampère donne $0 = (N_1 - N_2) i_1 + N_2 (i_1 + i_2)$, soit $N_1 i_1 = -N_2 i_2$.

Et pour la relation entre les tensions, la loi de Faraday donne pour chaque bobinage (en tenant compte des orientations, et en négligeant les résistances des fils, conformément aux hypothèses du transformateur parfait) : $u_1 = +N_1 \frac{d\varphi}{dt}$ et $u_2 = +N_2 \frac{d\varphi}{dt}$,

$$\text{d'où } \frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}.$$

2. À présent, on prend donc en compte un défaut, la résistance des fils. La puissance moyenne des pertes cuivre s'exprime à l'aide des courants efficaces : $\mathcal{P}_{Cu} = (N_1 - N_2) r I_1^2 + N_2 r I_{\text{tot}}^2$, avec $I_{\text{tot}}^2 = \langle (i_1 + i_2)^2 \rangle = \langle i_1^2 \left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right)^2 \rangle = I_1^2 \left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right)^2$.

$$\text{D'où } \mathcal{P}_{Cu} = r I_1^2 \left[N_1 - N_2 + N_2 + 2N_1 + \frac{N_1^2}{N_2} \right], \text{ soit } \mathcal{P}_{Cu} = N_1 r I_1^2 \left(3 + \frac{N_1}{N_2} \right).$$

Si on avait eu deux bobines indépendantes, on aurait eu $\mathcal{P}'_{Cu} = N_1 r I_1^2 + N_2 r I_2^2 = N_1 r I_1^2 \left(1 + \frac{N_1}{N_2} \right)$. Le rendement d'un autotransformateur est donc moins bon, mais il est moins coûteux en fabrication, puisqu'il y a moins de cuivre.

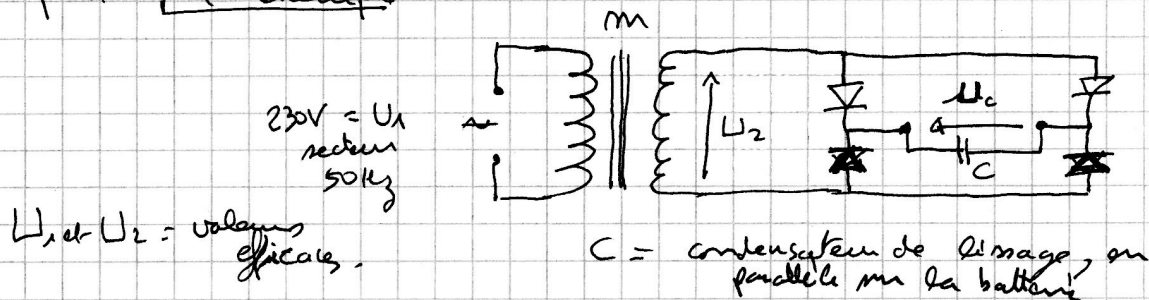
CP-8: Bouton poussoir (Bertrand TURCK CCP 2018)

CP-9: Chargeur USB (LSL CCP 2018)

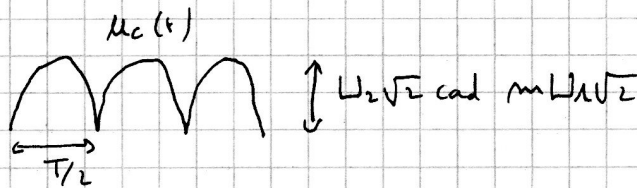
* Pour un accu de téléphone, il faut une tension continue.

* On part de 230V \Rightarrow si on redresse, on aura la tension trop grande \Rightarrow il faut abaisser la tension.

On peut par exemple



on a alors le redressement double alternance.



Raisonnons pour commencer de nous C.

et cherchons $\langle U_c \rangle$: $\langle U_c \rangle = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} U_2\sqrt{2} \sin(\omega t) dt$

$\langle U_c \rangle = \frac{2}{T} m U_2\sqrt{2} \times \frac{1}{\omega} (\cos(0) - \cos(\pi))$ et $\omega T = 2\pi$

$\langle U_c \rangle = \frac{2}{\pi} m U_2\sqrt{2}$

$\langle U_c \rangle = 5V \Rightarrow$

$m = \frac{\pi \langle U_c \rangle}{2 U_2\sqrt{2}}$
 $m = \frac{5\pi}{2\sqrt{2} \times 230} = 0,024 \Rightarrow$ par exemple $N_1 = 1000$
 $N_2 = 24$

* Si diodes idéales, elles ne dissipent rien, donc la puissance moyenne délivrée par le redresseur = puissance consommée par la charge $\Rightarrow U_1 I_1 \cos \varphi = U_c I_c$

\Rightarrow en ordre de grandeur, $\frac{I_c}{I_1} \approx \frac{U_1}{U_c} = \frac{\pi}{2m\sqrt{2}}$
 $\frac{I_c}{I_1} \approx = 46$

CP-10: Radiateur, lampe, bobine, condensateur (Brice PUGET CCP 2017)

CP-11: Détermination des caractéristiques d'une MCC (Romain MARPAUX CCP 2015)

1.) Essai nominal: TMD: $0 = KI_m - T_{rc} - \alpha \Omega_m$ (1)

Elec: $U_m = RI_m + K\Omega_m$ (2)

Essai à vide: TMD: $0 = KI_2 - T_{rc}$ (3)

Elec: $U_2 = RI_2 + K\Omega_m$ (4)

Essai de démarrage avec charge:

TMD $J \frac{d\Omega}{dt} = KI_m - T_{rc} - \alpha \Omega$

$\Rightarrow \frac{d\Omega}{dt} + \frac{\Omega}{\tau} = \frac{KI_m}{J} - \frac{T_{rc}}{J}$ (5) avec $\tau = \frac{J}{\alpha}$

Elec: U ou Ω connue

(2) / (4) $\Rightarrow U_m - U_2 = R(I_m - I_2) \Rightarrow R = \frac{U_m - U_2}{I_m - I_2} = \frac{7}{18} = 0,39 \Omega$

Puis (2) $\Rightarrow K = \frac{U_m - RI_m}{\Omega_m} = 0,095 \text{ V} \cdot \text{min} \cdot \text{tr}^{-1} = 0,95 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1}$

2.) (3) $\Rightarrow T_{rc} = KI_2 = 0,91 \text{ N} \cdot \text{mm}$

3.) (1) $\Rightarrow \alpha = 0,10 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1}$

car $\alpha = \frac{KI_m - T_{rc}}{\Omega_m} = K \frac{(I_m - I_2)}{\Omega_m}$

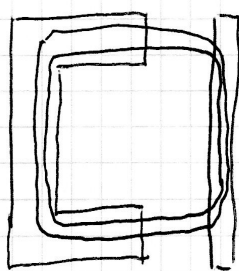
4.) Combe $\Rightarrow \tau = 2,4 \text{ ms}$ d'où $J = \alpha \tau = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$1.) \quad \boxed{\operatorname{div} \vec{B} = 0} \quad \boxed{\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} \text{ libre}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0} \quad \boxed{\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_{\text{libre}} \text{ enclosé}}$$

2.)



\vec{B} à flux conservatif
donc $B_1 a^2 = B_0 a^2 = B_2 ea$

d'où $\boxed{\begin{matrix} B_1 a = B_2 e \\ B_1 = B_0 \end{matrix}}$

3.) $\frac{B_1}{\mu_1} (2l_1 + l_2) + 2 \frac{B_0}{\mu_0} x + \frac{B_2 l_2}{\mu_2} = NI$ l_2 ou $l_1 + \frac{e}{2} + \frac{l_2}{2}$
cad $l_2 + e$

$$B_1 \left(\frac{2l_1 + l_2}{\mu_1} + \frac{2x}{\mu_0} + \frac{l_2 a}{\mu_2 e} \right) = NI$$

$$\boxed{B_1 = \frac{NI}{\frac{2l_1 + l_2}{\mu_1} + \frac{2x}{\mu_0} + \frac{l_2 a}{\mu_2 e}}}$$

4.) $R = \frac{NI}{B_1 a^2} \Rightarrow \boxed{R = \frac{2l_1 + l_2}{\mu_1 a^2} + \frac{2x}{\mu_0 a^2} + \frac{l_2}{\mu_2 a e}}$

5.) $\boxed{R = \frac{1}{\gamma} \frac{L}{S}}$

$$\begin{aligned} R &\leftrightarrow R \\ \gamma &\leftrightarrow \mu \\ L &\leftrightarrow L \\ S &\leftrightarrow S \end{aligned}$$

6.) Pour NI fixé, on mesure B (sans à effet Hall), donc on accède à $\Phi = BS$ qui à $R = \frac{NI}{\Phi}$. Or, R est fonction affine de $x \Rightarrow$ on connait x .
Même dans le cas que $R(x)$ soit affine

Ellipse n° 21.10 r 600

1°) a) Essai à vide \Rightarrow circuit du rotor ouvert.
Essai en court-circuit \Rightarrow ——— en c.c.

b) Il faut en fait simplement dire que $e(t)$ est proportionnel à I_E , qui est de pulsation ω , et proportionnel à ω

$\Rightarrow e(t) = + \frac{d}{dt} \Phi_{mut} = + \frac{d}{dt} (M_{06} \sin \theta) \text{ avec } \theta = \omega t - \alpha$

\Rightarrow ok!

$e(t) = - M_{06} \omega I_E \sin(\omega t - \alpha)$

\Rightarrow en $\sin(\omega t)$ par choix d'origine de temps; $K \sqrt{2} = M_{06}$

\hookrightarrow car dans le cas on a commencé par le rotor, avec $e' = f \text{ c.c.m.}$ dans le sens opposé de i , et de e ici est le e' du rotor

c) $\frac{E}{V} = \frac{U}{V} \Rightarrow K I_E \omega = U$ et $K \omega = \frac{220}{4} = 55 \text{ V/A}$

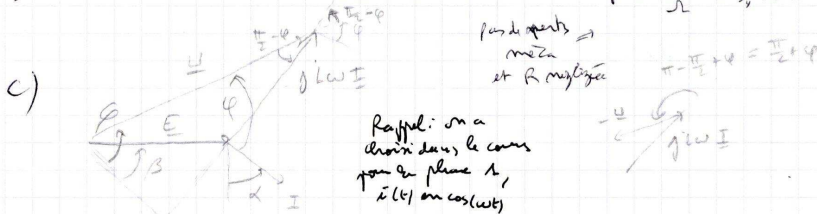
d) $E_{cc} = (R + jL\omega) I_{cc} \Rightarrow K \omega I_{cc} = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2} I_{cc}$

$\Rightarrow L\omega = \sqrt{\left(\frac{K \omega I_{cc}}{I_{cc}}\right)^2 - R^2} = \sqrt{\left(\frac{55 \times 1}{3,5}\right)^2 - 0,9^2}$

$L\omega = 15,7 \text{ mH}$ ou a bien $L\omega \gg R$.

2°) a) $P = 2UI \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P}{2U \cos \varphi} = \frac{1000}{2 \times 190 \times 0,87} = 3,02 \text{ A}$

b) bipolaire à 50 Hz $\Rightarrow \omega = 100 \pi \text{ rad/s}$ et $\Gamma = \frac{P}{\omega} = 3,18 \text{ N.m.}$



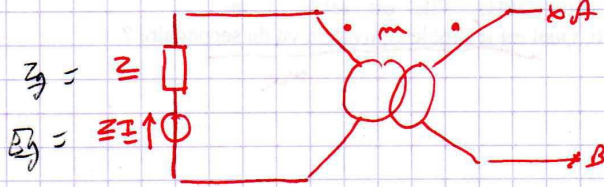
d) Al Karbi: $E^2 = L^2 \omega^2 I^2 + U^2 + 2L\omega I U \cos(\frac{\pi}{2} + \varphi)$

$E = \sqrt{(15,7 \times 3,02)^2 + 190^2 - 2 \times 15,7 \times 3,02 \times 190 \sqrt{1 - 0,87^2}}$
 $= 171,64 \text{ V}$ ($E = 172 \text{ V}$)

e) φ donné on raisonnement en puissance: L ne consomme rien
 $\Rightarrow P = \frac{3}{2} E I \cos \beta = UI \cos \varphi$

CP-14: Transformateur courant continu

1°) Thévenin (Morton) ⇒ en régime ~ pur:

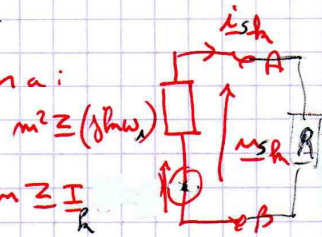


2°) Si $I(t)$ est périodique, on le décompose:

$$I(t) = \langle I \rangle + \sum_{h=1}^{\infty} I_h \cos\left(h \frac{2\pi t}{T} + \phi_h\right) \text{ on pose } \omega_h = \frac{2\pi}{T}$$

On pose $\underline{I}_h = I_h e^{j\phi_h}$

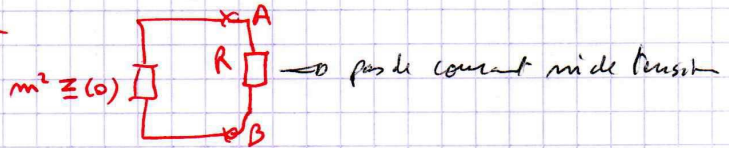
• Pour la pulsation ω_h , on a:



g comm
$$i_{sh} = \frac{m \sum (j\omega_h) I_h}{R + \sum (j\omega_h) m^2} \text{ et } u_{sh} = R i_{sh} \quad m \sum I_h$$

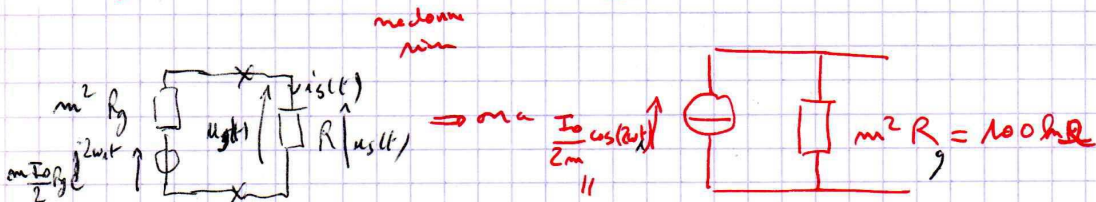
• pour le $\langle I \rangle$, rien ne passe au secondaire donc

on a juste



On superpose tout cela et $u_s(t) = \sum_{h=1}^{\infty} R |i_{sh}| \cos(h\omega t + \arg(i_{sh}))$
 $i_s(t) = \sum_{h=1}^{\infty} i_{sh}(t) = \sum_{h=1}^{\infty} |i_{sh}| \cos(h\omega t + \arg(i_{sh}))$

3°) $I(t) = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \cos(2\omega t)$ avec ici $Z = R_g$



$0,075 \cdot 10^{-3} \cos(200\pi t)$

fréquence = 100 Hz = 311

$$i_s(t) = \frac{m I_0}{2} \frac{R_g}{R + R_g m^2} \cos(2\omega t)$$

$u_s(t) = R i_s(t)$ A. u. :

Exercice 1

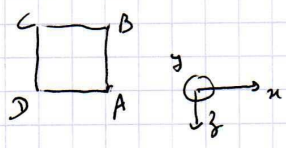
Centrale PSI 2009 Tonguy Rosiak

(methode 2) on pose $\Omega = \omega_0 - kv$
 $= k(v_0 - v)$

En fait: pour $ka \ll 2\pi$

1) Cela ressemble à la MAS mais "linéaire". Donc en posant $\omega_0 = kv_0$, ni ω_0 , le flux ressemble par le cadre = $kv_0 t \Rightarrow$ pas de fém \Rightarrow pas de courant.

NB: $\int (\vec{v}_0 \cdot \vec{B}) dl$ ne marche pas ici car il faut ajouter $\int -\frac{d\Phi}{dt} \cdot dt$



$$\Phi = \int_{v_0 t - a}^{v_0 t} B_0 \cos(\omega_0 t - kvx) a dx = \frac{-aB_0}{k} [\sin(\omega_0 t - kvx)]_{v_0 t - a}^{v_0 t}$$

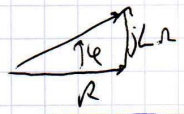
$$\Phi = \frac{aB_0}{k} (\sin(\omega_0 t - \omega_0 t + kv_0 a) - \sin(\omega_0 t - \omega_0 t))$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{aB_0 \Omega}{k} \sin(\Omega t)$$

$$\mathcal{E} = \frac{aB_0}{k} \Omega [\cos(\Omega t) - \cos(\Omega t + ka)] = \frac{2aB_0 \Omega}{k} \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \cos\left(\Omega t + \frac{ka}{2}\right)$$

$$\mathcal{E} = (R + jL\Omega) i \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} e^{-j\varphi} \quad \text{avec } \varphi = \arctan\left(\frac{L\Omega}{R}\right)$$

$$i(t) = \frac{aB_0 \Omega}{k \sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} [\cos(\Omega t - \varphi) - \cos(\Omega t + ka - \varphi)]$$



$$i(t) = \frac{aB_0 \Omega}{k \sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} 2 \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \sin\left(\Omega t + \frac{ka}{2} - \varphi\right) \quad \left[i(t) = \frac{B_0 a^2 \Omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} \sin(\Omega t - \varphi) \right]$$

NB: \sin^2 ni a $\ll 2\pi$ de fait

$$\vec{F} = i(t) a B_0 [\cos(\Omega t) - \cos(\Omega t + ka)] \vec{u}_x$$

$$\vec{F} = i(t) ka^2 B_0 \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \vec{u}_x$$

$$= \frac{4 a^3 B_0^2 \Omega}{k \sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right) \sin\left(\Omega t + \frac{ka}{2} - \varphi\right) \vec{u}_x$$

$$= \frac{2 a^3 B_0^2 \Omega}{k \sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right) [\cos(\varphi) - \cos(2\Omega t + ka - \varphi)] \vec{u}_x \approx \frac{ka^4 B_0^2 \Omega}{2 \sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} \cos(\varphi) \vec{u}_x$$

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{2 a^3 B_0^2 \Omega}{k \sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right) \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} \vec{u}_x = \frac{2 a^3 B_0^2 \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right) R \Omega}{k (R^2 + L^2 \Omega^2)} \vec{u}_x$$

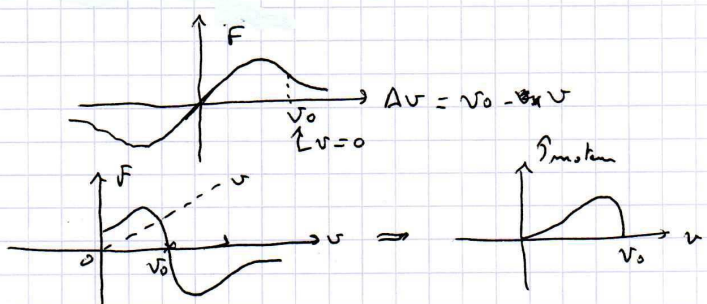
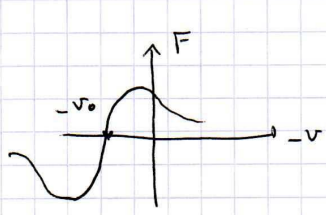
$$\langle \vec{F} \rangle \approx \frac{ka^4 B_0^2 R \Omega}{2 (R^2 + L^2 \Omega^2)} \vec{u}_x$$

2) Moton $\Rightarrow \Omega > 0$ cad $\omega_0 > \omega$ cad $v = \frac{\omega}{k}$ $\Omega > 0 \Leftrightarrow v_0 > v$

3) $\boxed{v \rightarrow v_0}$

on pose $\Delta v = v_0 - v = \frac{\Omega}{k}$ $\langle \vec{F} \rangle = + \frac{2 a^3 B_0^2 \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right) R \Delta v}{R^2 + L^2 k^2 \Delta v^2} \vec{u}_x$

Posons $F = \langle \vec{F} \rangle \cdot \vec{u}_x$



CP

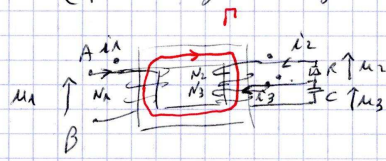
Adaptation d'impédance (Centrale)

1°) Couplage imparfait (pas de pertes fer ni de frottements mécaniques, mais pas finis)

Secteur S constante

$\Rightarrow B$ le même partout,

Or d'après $\frac{B}{\mu_0 \mu_r} l = H l = N_1 i_1 + N_2 i_2 + N_3 i_3$



Si on néglige R_{11}, R_{22}, R_{33}

$$M_{11} = -(-N_1 S \frac{dB}{dt}) = N_1 S \frac{dB}{dt} \quad M_{22} = N_2 S \frac{dB}{dt} \quad M_{33} = N_3 S \frac{dB}{dt}$$

donc $M_{12} = \frac{N_2}{N_1} M_{11}$ et $M_{13} = \frac{N_3}{N_1} M_{11}$
 $M_{22} = -R i_2$ et $M_{33} = -\frac{1}{j\omega} i_3$

$$\underline{M}_{11} = N_1 S j\omega B = N_1 S j\omega \left(\frac{N_1 i_1}{l} + \frac{N_2 i_2}{l} + \frac{N_3 i_3}{l} \right) \mu_0 \mu_r$$

$$\underline{M}_{11} = \underbrace{\left(\mu_0 \mu_r \frac{N_1^2 S}{l} \right)}_{L_{11}} j\omega i_1 + \underbrace{\left(\mu_0 \mu_r \frac{N_1 N_2 S}{l} \right)}_{M_{12}} j\omega i_2 + \underbrace{\left(\mu_0 \mu_r \frac{N_1 N_3 S}{l} \right)}_{M_{13}} j\omega i_3$$

$$\underline{M}_{11} = j L_{11} \omega i_1 + j M_{12} \omega i_2 + j M_{13} \omega i_3$$

$$\underline{M}_{11} = j L_{11} \omega i_1 + j M_{12} \omega \left(-\frac{i_2}{R} \right) + j M_{13} \omega \left(-j C \omega i_3 \right)$$

$$\underline{M}_{11} = j L_{11} \omega i_1 - j \frac{M_{12} \omega}{R} \frac{N_2}{N_1} i_2 + M_{13} C \omega^2 \frac{N_3}{N_1} i_3$$

$$\Rightarrow i_1 = \underline{M}_{11} (Y_{11} + Y_{12} + Y_{13})$$

avec $Y_{11} = \frac{1}{j L_{11} \omega}$, $Y_{12} = \frac{M_{12}}{R L_{11}} \frac{N_2}{N_1}$, $Y_{13} = \frac{M_{13} C \omega^2 N_3}{L_{11} N_1}$

$$\Rightarrow \left[L' = L_{11} \right] \left[R' = \frac{R L_{11} N_1}{M_{12} N_2} \right] \left[C' = \frac{C M_{13} N_3}{L_{11} N_1} \right]$$

2. $\mathcal{P} = X_c \frac{|I|^2}{2} = \frac{X_c |E_g|^2}{2 \left[(X_c + X_g)^2 + (Y_c + Y_g)^2 \right]}$. Cette puissance est maximale pour $Y_c = -Y_g$, et vaut alors $\frac{|E_g|^2}{2 \left[\left(\sqrt{X_c} + \frac{X_g}{\sqrt{X_c}} \right)^2 \right]}$.

Cette dernière expression est maximale pour $X_c = X_g$. En définitive, l'impédance de charge doit être complexe conjuguée de celle du générateur.

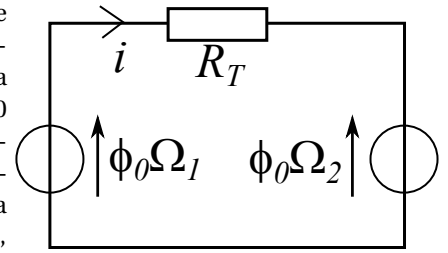
CP-17: Machines à courant continu (Centrale)

Soient 2 machines à courant continu identiques, M_1 et M_2 . Leurs inducts sont reliés entre eux par une résistance R et un interrupteur K . On note J le moment d'inertie de chacun des deux rotors (ils sont égaux), R_T la résistance totale du circuit (R plus 2 résistances des rotors). On néglige les inductances et les frottements mécaniques. Pour $t < 0$, les vitesses angulaires des deux machines sont $\Omega_1 = \Omega_0$ et $\Omega_2 = 0$. À $t = 0$, on ferme K .

On a un problème électro-mécanique, donc il faut une (ou des) équation(s) électrique(s) et une (ou des) équation(s) mécanique(s).

Sur le schéma électrique équivalent ci-contre, les $\phi_0\Omega$ ont été représentés dans le même sens puisque ce sont les deux mêmes machines. Juste après avoir fermé l'interrupteur K , les vitesses des machines n'auront pas encore varié; celle qui tourne va

1. imposer une tension au circuit, et cette tension va imposer le sens du courant : $i > 0$ puisque $\phi_0\Omega_1 = \phi_0\Omega_0 > 0$. Celle qui ne tourne pas encore va réagir à cela. Conformément à la loi de Lenz, la seconde machine va se mettre à tourner dans le sens qui permettra à la fém induite de "lutter" contre le courant qui traverse son induit. Ce sera donc le sens positif, pour que $\phi_0\Omega_2 > 0$. La machine 1 va donc, au moins initialement, fonctionner en dynamo, alors que la machine 2 va fonctionner en moteur.



On obtient : $\phi_0\Omega_1 = R_T i + \phi_0\Omega_2$.

Le théorème du moment cinétique appliqué au rotor de la première machine donne $J \frac{d\Omega_1}{dt} = -\phi_0 i$. En effet, l'analyse qualitative précédente a montré qu'au démarrage, $i > 0$, et le fonctionnement dynamo se traduit par un couple électromagnétique de freinage.

Le théorème du moment cinétique appliqué au rotor de la seconde machine donne $J \frac{d\Omega_2}{dt} = +\phi_0 i$. En effet, l'analyse qualitative précédente a montré qu'au démarrage, $i > 0$, et le fonctionnement moteur se traduit par un couple électromagnétique moteur.

En sommant les deux équations mécaniques, on obtient $J \frac{d\Omega_1}{dt} + J \frac{d\Omega_2}{dt} = 0$, d'où $\Omega_1(t) + \Omega_2(t) = Cte = \Omega_0$.

L'équation électrique combinée avec ce résultat et avec la première équation mécanique, donne :

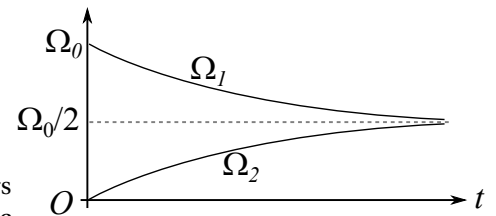
$$J \frac{d\Omega_1}{dt} = \frac{\phi_0^2}{R_T} (\Omega_2 - \Omega_1) = \frac{\phi_0^2}{R_T} (\Omega_0 - 2\Omega_1).$$

On introduit alors la constante de temps $\tau = \frac{JR_T}{2\phi_0^2}$, d'où $\frac{d\Omega_1}{dt} + \frac{\Omega_1}{\tau} = \frac{\Omega_0}{2\tau}$,

$$\text{puis } \Omega_1(t) = \frac{\Omega_0}{2} \left(1 + \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right).$$

$$\text{On en déduit } \Omega_2(t) = \frac{\Omega_0}{2} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right).$$

Les deux vitesses angulaires finales sont égales, ce qui n'est pas une surprise car alors les deux sources de tension sont de même valeur; il n'y a alors plus de courant, donc plus de couple, ce qui fait que les vitesses de rotation ne changent plus. Notons que le modèle de cet exercice n'est pas réaliste, car il suppose l'absence totale de frottements mécaniques.

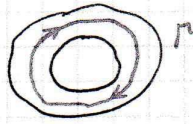


2. Au départ, toute l'énergie est sous forme cinétique : $E_{c \text{ init}} = \frac{1}{2} J \Omega_0^2$. À la fin aussi : $E_{c \text{ fin}} = \frac{1}{2} J \left(\frac{\Omega_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} J \left(\frac{\Omega_0}{2}\right)^2 = J \left(\frac{\Omega_0^2}{4}\right)$.

Ainsi, au cours de l'expérience complète, la moitié de l'énergie a été perdue. Puisque dans le modèle, il n'y a aucun frottement mécanique, tout a été perdu par effet Joule. Il est amusant de constater que la quantité d'énergie dissipée par effet Joule ne dépend pas de la valeur de la résistance R_T du montage.

CP-18: Cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique

a) $V_{ax} = r i_1 dt$



$Hl = N_1 i_1 r$ si i_2 négligeable
 $= N_1 \frac{V_{ax}}{r}$

si $V_y \approx \frac{1}{RC} \int \frac{N_2 S dB}{dt} dt$ $V_y(t) = \frac{N_2 S}{RC} B(t)$

b) $f = 50 \text{ Hz} \Rightarrow RC\omega = 50 \cdot 10^3 \times 10^{-5} \times 100 \pi = 5\pi \times 10^1 = 50\pi \gg 1$ OK

$H = \frac{N_1}{rL} V_{ax}$ $B = \frac{RC}{N_2 S} V_y$

c) $H_c =$ valeur de H qui permet d'annuler B

$B_n =$ valeur de B qui est nulle pour $H=0$

Lecture $\Rightarrow H_c \approx 2 \text{ div} \Rightarrow H_c r L = 2 \times 0,5 = 1,0 \text{ V}$

$\Rightarrow H_c = \frac{1,0 \times 200}{4 \times 0,25} = 2,0 \cdot 10^2 \text{ A.m}^{-1}$

Lecture $\Rightarrow \frac{N_2 S}{RC} B_n = 2,5 \times 0,2 = 0,50 \text{ V}$

$\Rightarrow B_n = \frac{0,50 \times 8 \cdot 10^4 \times 10^{-5}}{1000 \times 8 \cdot 10^{-4}} = 5 \cdot 10^{-1} \text{ T} \quad | \quad B_n = 0,50 \text{ T}$

$\hat{P}_{\text{hypt}} = U A f = 2,1 \text{ A} f = 0,25 \times 5 \cdot 10^4 \times 2,1 \times 200 \times 50 = 2,6 \text{ W}$

$A \approx 2,1 \text{ canaux cad } 2,1 \times 0,5 \times 0,2 \times \frac{200}{4 \times 0,25} \times \frac{8 \cdot 10^4 \times 10^{-5}}{1000 \times 8 \cdot 10^{-4}}$

$\hat{P}_{\text{hypt max}} = A P \approx 2,1 \times 200 \times 50 = 2,1 \cdot 10^4 \text{ W.m}^{-3}$