

Éléments de correction

Question 1 : Tracer le schéma cinématique en projection dans le plan $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ de cet ensemble.

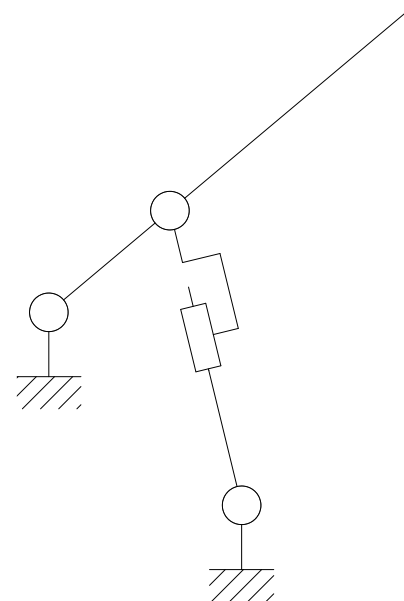
Question 2 : Pour chaque liaison, exprimer le torseur cinématique en fonction des paramètres donnés ci-dessus. On précisera les calculs (si nécessaires) ainsi que les raisonnements.

$$\{V_{3/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{3/0} = \dot{\beta} \vec{z} \\ \vec{V}_{B \in 3/0} = \vec{0} \end{array} \right\}_B \quad \text{pivot d'axe } (B, \vec{z}) \text{ entre 3 et 0}$$

$$\{V_{4/3}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{4/3} = \vec{0} \\ \vec{V}_{B \in 4/3} = \dot{r} \vec{y}_3 \end{array} \right\}_B \quad \text{glissière de direction } (\vec{y}_3) \text{ entre 3 et 4}$$

$$\{V_{5/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{5/0} = \dot{\theta} \vec{z} \\ \vec{V}_{A \in 5/0} = \vec{0} \end{array} \right\}_A \quad \text{liaison pivot d'axe } (A, \vec{z}) \text{ entre 5 et 0}$$

$$\{V_{5/4}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{5/4} = (\dot{\theta} - \dot{\beta}) \vec{z} \\ \vec{V}_{C \in 5/4} = \vec{0} \end{array} \right\}_C \quad \text{liaison pivot d'axe } (C, \vec{z}) \text{ entre 5 et 4 ; et } \vec{\Omega}_{5/4} = \vec{\Omega}_{5/0} + \vec{\Omega}_{0/3} + \vec{\Omega}_{3/4}$$



Question 3 : Exprimer la vitesse du point D du parc échelle dans son mouvement par rapport au châssis : $\vec{V}(D \in 5/0)$ en fonction de la vitesse angulaire de dressage $\dot{\theta}$ et des paramètres géométriques.

$$\vec{V}(D \in 5/0) = \dot{\theta} \vec{z} \wedge H \vec{x}_5 = H \dot{\theta} \vec{y}_5$$

Question 4 : Exprimer, en écrivant une fermeture de chaîne cinématique, la vitesse de sortie du vérin $\vec{V}(C \in 4/3)$ en fonction de la vitesse angulaire de dressage et des paramètres géométriques.

$$\vec{V}(C \in 4/3) = c \dot{\theta} \cos(\theta - \beta) \vec{y}_3$$

Question 5 : A partir de la forme proposée du torseur cinématique $\{V(4/3)\}$ à la question 4 déterminer une relation entre $(\dot{r}, \dot{\theta}, \beta, \theta, c)$.

$$\dot{r} = c \dot{\theta} \cos(\theta - \beta)$$

Question 6 : A partir de la fermeture géométrique appliquée au mécanisme ci dessus, définir 2 relations à valeur scalaire reliant les différents paramètres géométrique entre eux.

$$r \sin \beta = b - c \cos \theta$$

$$r \cos \beta = c \sin \theta + a$$

D'où $\tan \beta = \frac{b - c \cos \theta}{a + c \sin \theta}$

Question 7 : A partir des résultats des questions 5 et 6, déterminer la vitesse de sortie des vérins $(\dot{r})$ en fonction de $(\dot{\theta}, \theta, c, a, b)$.

$$v = \frac{c \dot{\theta} (a \cos \theta + b \sin \theta)}{\sqrt{(a + c \sin \theta)^2 + (b - c \cos \theta)^2}}$$

Question 8 :

-a- Exprimez la condition de non basculement de l'ensemble.

La condition de non basculement de l'ensemble est que la réaction normale du contact avec le sol en M soit positive : $Y_M > 0$

-b- Calculez la longueur L_{max} de déploiement au-delà de laquelle il y aura basculement.

$$L_{max} = 2b \frac{m_p + m_E + m_V}{2m_p + m_E} \quad L_{max} = 2b \frac{2m_p + m_E + m_V}{2m_p + m_E}$$

-c- Commentez l'hypothèse (statique plane) faites pour traiter le problème.

L'hypothèse de statique ne permet pas de prendre en compte les effets dynamiques lors de la sortie du parc échelle. Le basculement risque de se produire avant cette condition limite.

Question 9 : Exprimer la fonction de transfert du moteur $\frac{\Omega_M(p)}{U_C(p)}$

$$\frac{\Omega_M(p)}{U_C(p)} = \frac{k}{k k_e + R_1 J_1 p}$$

Question 10 : A partir de la figure ci-dessus, déterminer dans le cadre des hypothèses l'expression de la transmittance en boucle fermée : $H_1(p) = \frac{\Omega_M(p)}{C_{S1}(p) + C_P(p)}$

D'où la fonction de transfert ou transmittance en boucle fermée demandée :

, soit $H_1(p) = \frac{-R_1}{k k_e + R_1 \mu_1 + R_1 J_1 p}$

Question 11 : Déterminer, sans expliciter $H_1(p)$ et $H_2(p)$, l'expression de $F_1(p) = \frac{\Omega_{S1}(p)}{C_{S1}(p)}$.

$$\frac{C_P(p)}{C_{S1}(p)} = \frac{-H_1(p)H_2(p)R_3}{H_1(p)(R_3 + H_2(p)C_{yV}) + H_2(p)R_3C_{yV} + R_2(R_3 + H_2(p)C_{yV})}$$

Question 12 : Déterminer l'ordre et les caractéristiques de $G(p)$.

On met $G(p)$ sous forme canonique : $G(p) = \frac{\theta_S(p)}{\theta_C(p)} = \frac{3,24}{p^2 + 3,24p + 1} = \frac{1}{1 + p + \frac{p^2}{1,8^2}}$

On identifie donc un système du second ordre de gain statique unitaire, de pulsation propre non amortie $\omega_0 = 1,8 \text{ rad.s}^{-1}$, de facteur d'amortissement $\xi = 0,9$

Question 13 : En considérant le retard nul :

-a- Montrer que l'écart statique de ce système est nul.

Le gain statique étant unitaire, l'écart statique sera nul.

-b- Déterminer l'expression de $H_{BO}(p)$.

$$H_{Bo} = \frac{1}{p \left(1 + \frac{p}{3,24} \right)}$$

Question 14 : Donner, en fonction de $H_{Bo}(p)$, l'expression de $G_R(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_c(p)}$ transmittance en boucle fermée avec le retard de 0,2 s

$$G_R(p) = \frac{H_{Bo}(p)e^{-0,2p}}{1 + H_{Bo}(p)e^{-0,2p}}$$

Question 15 : Donner la valeur de l'erreur de traînage correspondant à cette entrée, en négligeant le retard.

$$\varepsilon_t = \frac{0,36}{4} = 0,09 \text{ rad} \approx 5,15^\circ$$

Question 16 : Sur le document réponse, tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de $H_{Bo}(p)$ pour des pulsations comprises entre 0,5 rd/s et 50 rd/s. Indiquer clairement les coordonnées des points intéressants.

$$H_{Bo}(p) = \frac{4}{p(p + 3,6)} = \frac{\frac{10}{9}}{p} \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{3,6} \right)} = H(p) \cdot H'(p)$$

C'est une fonction de transfert correspondant à un premier ordre (gain statique = 1 et constante de temps = 1/3,6 s) (noté $H'(p)$), multiplié par un intégrateur de gain 10/9 noté $H(p)$

Diagramme asymptotique de gain en décibel pour $H'(p)$

Droite horizontale à 0dB jusqu'à $\omega = 3,6 \text{ rad.s}^{-1}$ puis droite de pente -20dB/décade

Diagramme asymptotique de gain en décibel pour $H(p)$

Droite de pente -20 dB/décade qui passe par le point (0dB, 10/9 rad.s⁻¹)

Diagramme asymptotique phase pour $H'(p)$

Droite horizontale à 0° jusqu'à $\omega = 3,6 \text{ rad.s}^{-1}$ puis droite horizontale à -90°

Diagramme asymptotique de gain en décibel pour $H(p)$

droite horizontale à -90°

