

Révisions

(Actions Mécaniques)

Le sujet comporte deux exercices indépendants.

- Exercice 1 : Étude d'une moto 1
- Exercice 2 : Voile solaire de la seine musicale 4

Exercice 1 : Étude d'une moto

Le support d'étude proposé est la moto Ducati Monster 620 (voir illustration 1). Elle permet à son pilote de se déplacer, en transportant un passager et quelques bagages personnels. C'est un moyen de transport plus léger et plus maniable qu'une voiture qui offre des sensations fortes de conduite. Cependant, il nécessite le passage d'un permis de conduire particulier, car son utilisation est plus technique et moins sécurisée que celle d'une voiture.

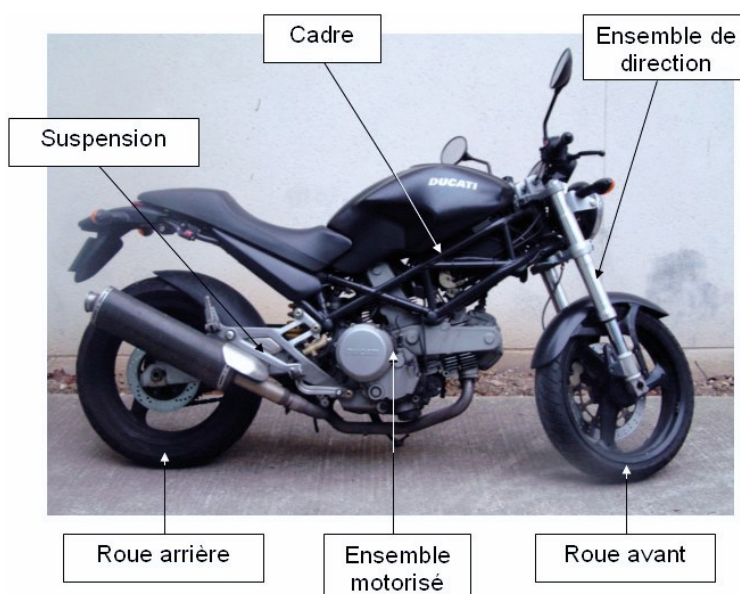


Figure 1 : Principaux composants d'une moto

Exigence	Critère	Niveau
EF1 : permettre au conducteur de se déplacer sur la route.	Vitesse	0 – 130 $km.h^{-1}$
	Accélération	De 0 à 100 $km.h^{-1}$ en 5 s.
	Distance de freinage	70 m à 100 $km.h^{-1}$.
	Autonomie avec un plein d'essence, sur autoroute.	200 km
	Dérapiage	Aucun
EF2 : transporter un passager et des bagages	Poids total	100 kg
EF3 : être en liaison avec la route	Contact permanent des deux roues	Oui

Figure 2 : Tableau des exigences (partiel)

La moto est supposée se déplacer en ligne droite, et l'étude menée est plane. Le modèle d'étude retenu pour cette partie est le suivant (voir illustrations 4 et 5) :

$R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) = (O_0, B_0)$ est un repère, supposé galiléen, lié à la route, tel que $\vec{x}_0$ soit dirigé suivant la vitesse d'avance de la moto, et $\vec{y}_0$ soit dirigé suivant la verticale ascendante.

$R_1 = (G, B_0)$ est un repère lié à l'ensemble {cadre de la moto + pilote + ensemble de direction}, de centre de gravité G, de masse $m_1 = 280 \text{ kg}$.

On note ω_3 et ω_4 la vitesse de rotation de la roue arrière (3) et de la roue avant (4). Les masses des roues sont négligées

Les roues sont en liaisons pivots parfaites avec la moto.

On a $\overrightarrow{O_3G} = a_3\vec{x}_0 + h\vec{y}_0$ et $\overrightarrow{O_4G} = -a_4\vec{x}_0 + h\vec{y}_0$ ($a_3 = 60 \text{ cm}$, $a_4 = 84 \text{ cm}$ et $h = 20 \text{ cm}$).

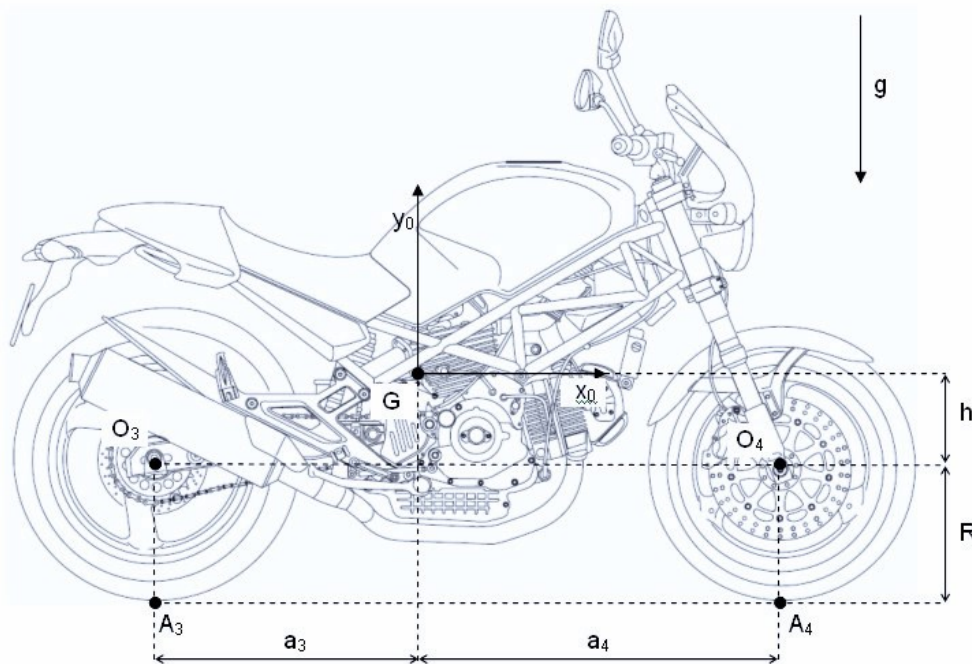


Figure 3 : Paramétrage retenu pour la moto.

La pesanteur est $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$.

Le contact des roues avec le sol est modélisé par des liaisons sphères plans avec frottement (en A_3 de normale $\vec{y}_0$ pour la roue arrière et en A_4 de normale $\vec{y}_0$ pour la roue avant). Chaque roue roule sans glisser sur la route au niveau de son point de contact. L'action mécanique exercée par le sol sur les roues est modélisée (en modélisation plane) par :

$$\{\mathcal{T}(\text{sol} \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} X_3\vec{x}_0 + Y_3\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{A_3} \text{ et } \{\mathcal{T}(\text{sol} \rightarrow 4)\} = \begin{Bmatrix} X_4\vec{x}_0 + Y_4\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{A_4}$$

avec $\overrightarrow{A_3O_3} = \overrightarrow{A_3O_3} = R\vec{y}_0$ ($R = 29 \text{ cm}$)

La traînée (force de pression et de frottement de l'air) et la résistance au roulement des pneumatiques de la moto exercent une force qui s'oppose au mouvement, que l'on modélise par une force exercée en G égale à : $F_t = -K_r \cdot V^2$ avec $K_r = 0,38 \text{ N} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2}$.

Le coefficient de frottement entre les pneus et la route est $f = 0,8$.

La moto se déplace en translation à la vitesse : $\vec{V}_{G \in 1/0} = V(t)\vec{x}_0$

Le moteur de vitesse de rotation ω_m entraîne une boîte de vitesse de rapport de réduction $\frac{33 \times 13}{61 \times 12}$ (pour la 6^{ème} vitesse en considérant le rapport primaire en entrée de boîte).

La chaîne de transmission entre la boîte de vitesse et la roue arrière diminue la vitesse angulaire d'un facteur $\frac{15}{48}$.

On néglige les pertes de puissance entre le moteur et la roue arrière, ainsi, au niveau des couples :

$$\frac{C_{red}}{C_m} = \frac{61 \times 12}{33 \times 13} \text{ et } \frac{C_{roue}}{C_{red}} = \frac{48}{15}$$

(C_m : couple moteur, C_{red} : couple réducteur, C_{roue} : couple exercé par la chaîne sur la roue arrière)

1 Étude à vitesse constante

La moto se déplace à vitesse constante V en ligne droite, le motard ne freine pas.

Question 1 : Déterminer la vitesse de rotation du moteur (en tr/min) lorsque la moto roule à 130 km/h en 6^{ème} vitesse

Question 2 : Montrer que $X_4 = 0$ (en précisant le système isolé, Bilan des actions mécaniques extérieures ...).

Question 3 : Déterminer les expressions littérales de X_3 , Y_3 et Y_4 en fonction de m_1 , V et des paramètres dimensionnels. Faire l'application numérique pour $V = 130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Question 4 : En isolant la roue arrière, déterminer le couple exercé sur la roue arrière C_{roue} en fonction de X_3 .

Question 5 : En déduire le couple moteur nécessaire pour rouler à 130 km/h en 6^{ème} vitesse.

2 Étude en phase d'accélération

Le risque de patinage ou dérapage est le plus grand pendant les phases d'accélération ou de freinage.

On suppose que la moto a une accélération constante : $\gamma = \dot{V}(t)$ (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)

En utilisant le principe fondamental de la dynamique (cours de 2nd année) et en négligeant l'action de la traînée, on obtient :

$$\begin{cases} X_4 = 0 \\ X_3 = m_1 \gamma \\ Y_4 = m_1 \left(\frac{g \cdot a_3 - (R + h) \gamma}{a_3 + a_4} \right) \\ Y_3 = m_1 \left(\frac{g \cdot a_4 + (R + h) \gamma}{a_3 + a_4} \right) \end{cases}$$

Question 6 : Déterminer les valeurs numériques de X_3 , Y_3 et Y_4 , si on vérifie le critère d'accélération de l'exigence EF_1 .

Question 7 : Montrer que le pneu arrière ne patine pas lors de l'accélération.

Question 8 : Vérifier que la roue avant ne décolle pas du sol lors de l'accélération.

Exercice 2 : Voile solaire de la seine musicale

1 Présentation

La Seine Musicale est un équipement à vocation musicale à fort rayonnement culturel, dont l'objet est de créer ou d'aménager des espaces pour des concerts, des expositions, des installations permanentes ou provisoires. Conçue par les architectes Shigeru Ban et Jean de Gastines, la Seine Musicale est implantée en pointe aval de l'Île Seguin à Boulogne-Billancourt, en région parisienne.

L'auditorium, bâtiment principal du projet de la Seine Musicale, est « posé sur la Seine » et sa coque en bois semble flotter sur le fleuve, tel un bateau doté d'une voile qui circule autour de l'auditorium en suivant le soleil. L'un des défis architecturaux de ce projet consiste à mettre en mouvement la voile (figure 1), équipée de 470 panneaux photovoltaïques, autour de l'auditorium, tout en garantissant une acoustique exceptionnelle.

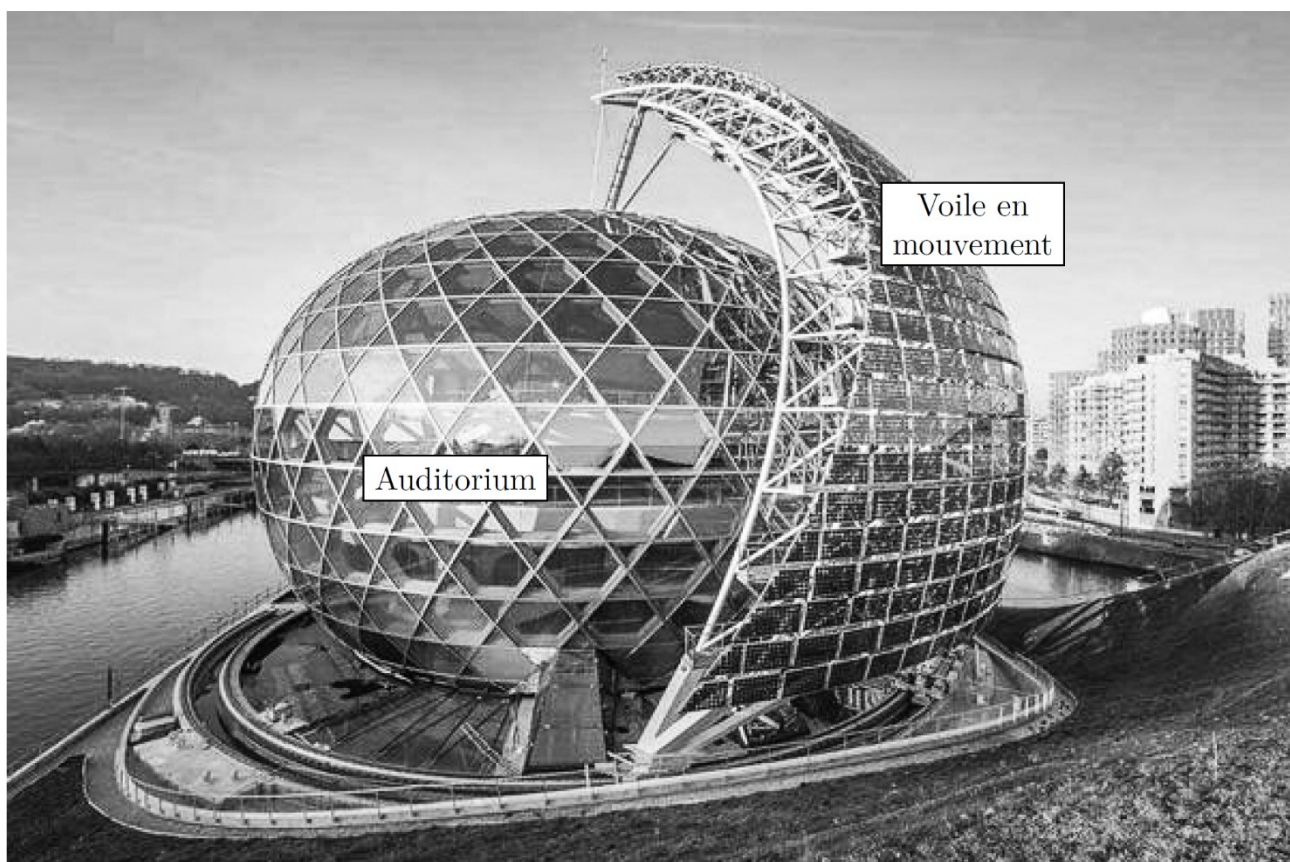


Figure 1 Vue de l'auditorium et de la voile

Afin d'améliorer l'efficacité des panneaux photovoltaïques, le déplacement de la voile s'effectue en suivant l'évolution du soleil au cours d'une journée. La position du soleil (point C) par rapport à un point d'observation sur la terre (point A) est définie par deux paramètres (figure 2) :

- l'élévation θ_z , angle entre la direction d'observation du soleil (droite (AC)) et l'horizon (droite (AB)) en degrés ;
- l'azimut φ_a , angle entre la direction (AB) et la droite Nord-Sud (Nord : $\varphi_a = 0^\circ$).

Le déplacement de la voile autour du bâtiment s'effectue périodiquement, toutes les 15 minutes, afin d'éviter que les motorisations soient sollicitées en permanence à des vitesses trop faibles.

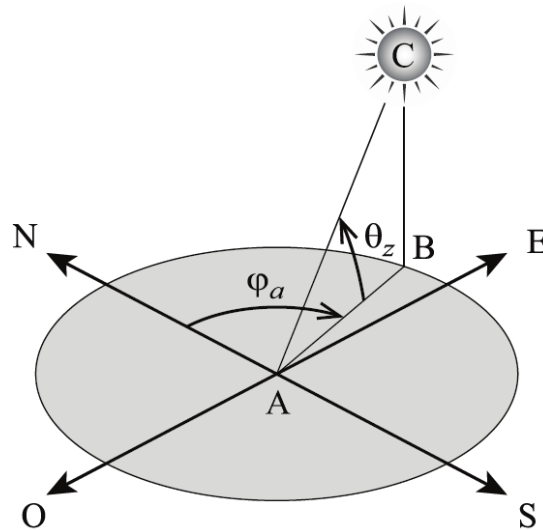


Figure 2 paramétrage de l'azimut et de l'élévation solaires

2 Modélisation des perturbations

Afin de déterminer les perturbations à prendre en compte sur le déplacement de la voile, on se propose de déterminer l'effort du vent sur le chariot central d'une demi-voile ainsi que le moment résistant s'opposant au roulement des galets sur le rail.

2.1 Détermination de l'effort du vent sur la demi-voile

On choisit de représenter une demi-voile, de repère $R_v(O; \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z})$, par une portion de demi-sphère (figure 13).

On pourra remarquer qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les repères $R_{C_G}(C_G; \vec{x}_{C_G}, \vec{y}_{C_G}, \vec{z}_{C_G})$ et $R_v(O; \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z})$, associé à la demi-voile. On donne $\overrightarrow{OC_G} = R \cdot \vec{y}_{C_G}$ avec $R = 22,75 \text{ m}$, R le rayon moyen de la voie de roulement.

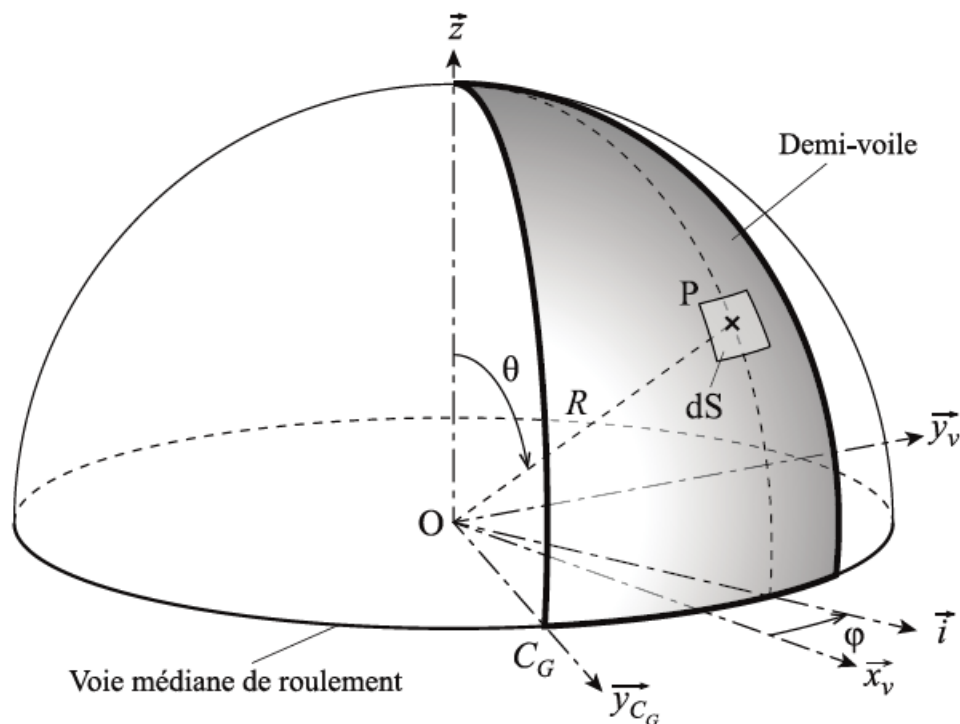


Figure 13 Paramétrage de la surface totale et élémentaire de la 1/2 voile en coordonnées sphériques

La figure 14 présente l'orientation du vent par rapport au plan de symétrie de la demi-voile dans le plan $(O; \vec{x}_v, \vec{y}_v)$

La densité d'effort surfacique du vent sur la demi-voile, pour une vitesse de 9 m/s, est noté $f_{vent} = f \cdot \vec{u}$, avec $f=54,7 \text{ N/m}^2$, l'orientation de $\vec{u}$ étant définie par l'angle constant $\alpha = (\vec{x}_v, \vec{u})$

La base associée au système de coordonnées sphériques (r, θ, φ) est $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$. La position du point P appartenant à la demi-voile est définie par $\overrightarrow{OP} = R \cdot \vec{e}_r$ avec R le rayon moyen de la voie de roulement ($R = 22,750 \text{ m}$).

L'angle azimutal φ évolue entre $-\frac{\pi}{8}$ et $\frac{\pi}{8}$ et l'élévation θ évolue entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.

On précise que, dans le cas présenté figure 13, la surface élémentaire en coordonnées sphériques est notée : $dS = R^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$.

L'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS , noté :

$$d\vec{F}_{vent} = f \cdot \vec{u} \cdot dS$$

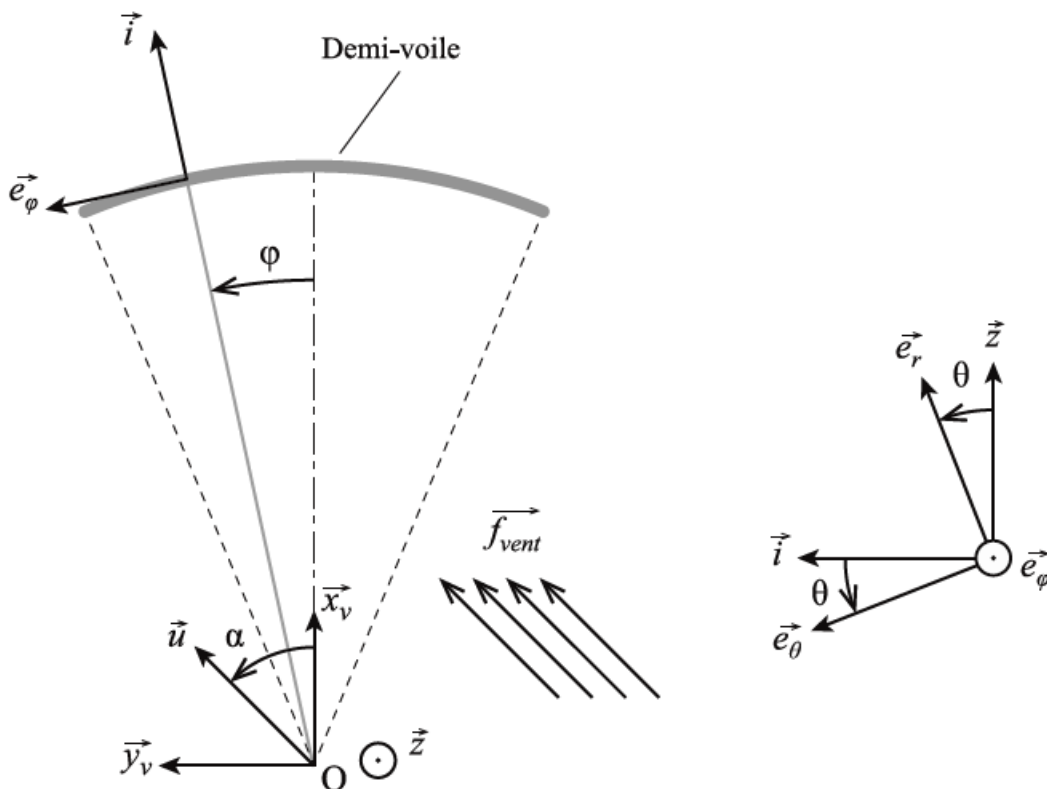


Figure 14 Paramétrage angulaire

Question 9 : Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe $(O; \vec{z})$, $\vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z}$, s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe $(O; \vec{z})$ en fonction de R , f et α .

Question 10 : On définit F_{vent} tel que $(\overrightarrow{OC_G} \wedge F_{vent} \vec{x}_{C_G}) \cdot \vec{z} = \vec{M}_{O,vent} \cdot \vec{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} , l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.

Afin de modéliser le déplacement de la voile dans le cas le plus défavorable, on souhaite déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.

Question 11 : Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal ? Déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.

La valeur de l'effort résistant du vent étant maintenant déterminée, il reste à calculer la perturbation due à la résistance au roulement sur les galets des chariots.

Le rayon de la voie de roulement ($R = 22,750$ m) étant grand devant le déplacement d'un chariot (3,20 m), ce déplacement sera considéré comme étant une translation de direction tangentielle à la voie de roulement.

Pour la suite, on supposera donc que la trajectoire de C_G est une droite de direction $\vec{x}_{C_G}$ et que la voile se translate par rapport à la voie de roulement lors d'un déplacement. Ainsi les liaisons entre la voile et les chariots seront considérées comme des liaisons glissières de direction $\vec{x}_{C_G}$. L'action du vent sera représentée par un glisseur de résultante $F_{vent} \cdot \vec{x}_{C_G}$.

2.2 Détermination du moment de résistance au roulement des galets sur le rail

Chaque demi-voile est mise en mouvement par deux chariots : un chariot latéral et un chariot central. Chaque chariot comporte 8 galets : 4 galets de roulement et 4 galets de guidage.

La figure 15 représente le paramétrage d'une demi-voile et du chariot central. Les galets de roulement roulant sur 2 rails parallèles, seuls les galets de roulement en contact avec un rail ont été représentés.

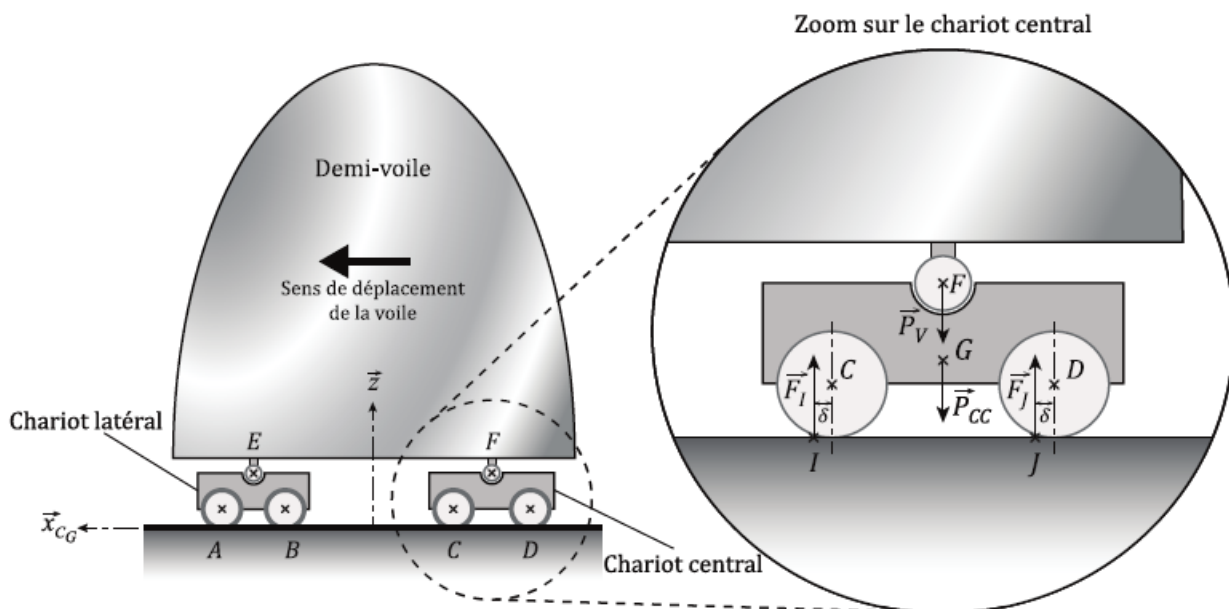


Figure 15 Paramétrage de la demi-voile et modélisation des actions appliquées sur le chariot

Hypothèses et modélisation

- Le problème sera considéré comme un problème plan ($\vec{x}_{C_G}, \vec{z}$). Seuls 2 galets de roulement par chariot seront considérés pour les calculs (figure 15).
- L'influence de l'action mécanique du vent sur la demi-voile est négligée devant celle de son poids. En supposant la demi-voile comme étant symétrique, les actions mécaniques de celle-ci sur les chariots central (cc) et latéral (cl) sont données par :

$$\{T_{v \rightarrow cc}\} = \left\{ \begin{array}{c} -\frac{m_v}{2} g \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_F \quad \text{et} \quad \{T_{v \rightarrow cl}\} = \left\{ \begin{array}{c} -\frac{m_v}{2} g \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E$$

- Afin de prendre en compte la résistance au roulement, les résultantes des actions mécaniques de contact entre le rail et les galets de roulement, sont décalées d'une distance δ , appelée coefficient de résistance au roulement, par rapport au point de contact (figure 15). Ces actions

mécaniques sont donc notées $\{T_{r \rightarrow cc}^I\} = \begin{Bmatrix} F_I \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I$ et $\{T_{r \rightarrow cc}^J\} = \begin{Bmatrix} F_J \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_J$. Les moments de résistance au roulement autour des axes de rotation des galets créés par les actions mécaniques en I et J , respectivement notés $\vec{M}_C$ et $\vec{M}_D$, sont définis par : $\{T_{r \rightarrow cc}^I\} = \begin{Bmatrix} F_I \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_C \end{Bmatrix}_C$ et $\{T_{r \rightarrow cc}^J\} = \begin{Bmatrix} F_J \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_D \end{Bmatrix}_D$.

L'action mécanique de la pesanteur sur le chariot central est : $\{T_{pes \rightarrow cc}^I\} = \begin{Bmatrix} -m_{cc}g\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$

On donne :

- masse de la demi-voile $m_v = 120 \text{ t}$;
- masse du chariot central $m_{cc} = 15 \text{ t}$;
- masse du chariot latéral $m_{cl} = 8 \text{ t}$;
- coefficient de résistance au roulement $\delta = 5 \text{ mm}$;
- diamètre d'un galet de roulement $D = 520,5 \text{ mm}$;
- G centre de gravité du chariot central ;
- $\vec{GF} = a \cdot \vec{z}$
- $\vec{GC} = l \cdot \vec{x}_{C_G} + b \cdot \vec{z}$
- $\vec{GD} = -l \cdot \vec{x}_{C_G} - b \cdot \vec{z}$
- $\vec{CI} = \vec{DJ} = \delta \cdot \vec{x}_{C_G} - \frac{D}{2} \cdot \vec{z}$

Dans la suite, on cherche à déterminer le moment de résistance au roulement global, noté $\vec{M}_{glob}$, produit par le roulement des galets sur le rail afin de prendre en compte cette perturbation dans le modèle d'asservissement complet.

Question 12 : En isolant l'ensemble $cc = \{\text{chariot central} + \text{galets de roulement}\}$ et en précisant le théorème utilisé déterminer $F_I + F_J$.

Question 13 : Exprimer le moment de résistance au roulement en C , noté $\vec{M}_C$, en fonction de F_I et δ .

Question 14 : Par analogie, exprimer $\vec{M}_D$ en fonction de F_J et δ , puis exprimer le moment de résistance au roulement du chariot central $\vec{M}_{cc} = \vec{M}_C + \vec{M}_D$ en fonction de δ , m_v , m_{cc} et g .

Question 15 : Par analogie, déterminer le moment de résistance au roulement des galets de roulement du chariot latéral, noté $\vec{M}_{cl}$. En déduire le moment de résistance au roulement total des galets de roulement, $\vec{M}_{glob}$. Effectuer l'application numérique.

Ayant déterminé les actions mécaniques s'opposant au déplacement de la demi-voile, il est maintenant possible de déterminer l'équation dynamique caractérisant son déplacement. Mais on verra ça en deuxième année...