

- PRÉLUDE CHAPITRE 4 & 5 -

CALCULS : TRIGONOMETRIE ET NOMBRES COMPLEXES

Avant de démarrer, reprendre les cours de lycée portant sur la trigonométrie et les nombres complexes.

Ex 1 Donner les valeurs suivantes :

$$1. \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \quad 2. \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) \quad 3. \cos\left(-\frac{7\pi}{6}\right) \quad 4. \cos\left(\frac{27\pi}{3}\right) \quad 5. \sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right) \quad 6. \sin\left(-\frac{31\pi}{6}\right)$$

Ex 2 Soient $a, b, c \in \mathbb{R}$. Donner une formule pour $\cos(a + b + c)$.

Ex 3 Calculer les valeurs prises par les fonctions $\cos$ et $\sin$ en $a, b, a + b, a - b$ dans les 2 cas suivants :

$$\begin{aligned} 1. & \sin(a) = \frac{2}{5}, 0 < a < \frac{\pi}{2}, \sin(b) = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < b < \pi \\ 2. & \cos(a) = -\frac{1}{2}, \frac{\pi}{2} < a < \pi, \sin(b) = -\frac{1}{3}, \pi < b < \frac{3\pi}{2} \end{aligned}$$

Ex 4 Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\sin(3x)}{\sin(x)} - \frac{\cos(3x)}{\cos(x)}$.

Déterminer son domaine de définition D puis montrer que f est une fonction constante sur D

Ex 5 QCM (une seule bonne réponse par question)

1. A quoi est égal i^7 ?
☐ 1 ☐ i ☐ $-i$ ☐ -1
2. A quoi est égal $(1 - 2i)(-1 + 3i)$?
☐ $5 + 5i$ ☐ $-7 + 5i$ ☐ $-5 - 5i$ ☐ $-7 - 5i$
3. A quoi est égal $\frac{1}{i}$?
☐ i ☐ $-i$ ☐ $1 - i$ ☐ $1 + i$
4. A quoi est égal $\frac{1}{1 - i}$?
☐ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ ☐ $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ ☐ $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ ☐ $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
5. A quoi est égal $\frac{2 - 3i}{1 + 2i}$?
☐ $-\frac{4 + 7i}{5}$ ☐ $\frac{4 - i}{5}$ ☐ $\frac{9 - 7i}{5}$ ☐ $\frac{4 - 7i}{5}$
6. A quoi est égal $(1 + i)^3$?
☐ $2 + 2i$ ☐ $2 - 2i$ ☐ $-2 + 2i$ ☐ $-2 - 2i$
7. Parmi les nombres suivants, lequel a son carré qui vaut i ?
☐ $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$ ☐ $-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$ ☐ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ ☐ $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}i$
8. A quoi est égal $2(-i + 1)(-2i)(-i - 1)(-1 - i)(i - 1)$?
☐ $16i$ ☐ $-16i$ ☐ 16 ☐ -16
9. Soit $z \in \mathbb{C}$. A quoi est égal $\overline{i(z - 1)}$?
☐ $i\bar{z} - i$ ☐ $i\bar{z} + i$ ☐ $-i\bar{z} - i$ ☐ $-i\bar{z} + i$
10. A quoi est égal $e^{i\frac{\pi}{6}}$?
☐ $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ☐ $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}i$ ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
11. A quoi est égal $-e^{i\frac{\pi}{6}}$?
☐ $e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ☐ $e^{i\frac{7\pi}{6}}$ ☐ $e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ☐ $e^{-i\frac{7\pi}{6}}$
12. A quoi est égal $e^{7i\frac{\pi}{2}}$?
☐ 1 ☐ i ☐ $-i$ ☐ -1
13. A quoi est égal $e^{-5i\frac{\pi}{4}}$?
☐ $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$ ☐ $-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$ ☐ $-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$ ☐ $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$
14. A quoi est égal $e^{-i\frac{\pi}{4}} \times e^{i\frac{\pi}{3}}$?
☐ $e^{i\frac{\pi}{12}}$ ☐ $e^{-i\frac{\pi}{12}}$ ☐ $-e^{i\frac{\pi}{12}}$ ☐ $e^{i\frac{\pi}{6}}$
15. Soit $\theta \in \mathbb{R}$. A quoi est égal $\frac{1}{e^{i\theta}}$?
☐ $e^{\frac{1}{\theta}}$ ☐ $e^{-\frac{1}{\theta}}$ ☐ $e^{-i\theta}$ ☐ $-e^{i\theta}$
16. Soit $\theta \in \mathbb{R}$. A quoi est égal $ie^{i\theta}$?
☐ $e^{i\frac{\theta}{2}}$ ☐ $e^{i\theta + \frac{\pi}{2}}$ ☐ $e^{i\theta + i\frac{\pi}{2}}$ ☐ $e^{i\theta - i\frac{\pi}{2}}$