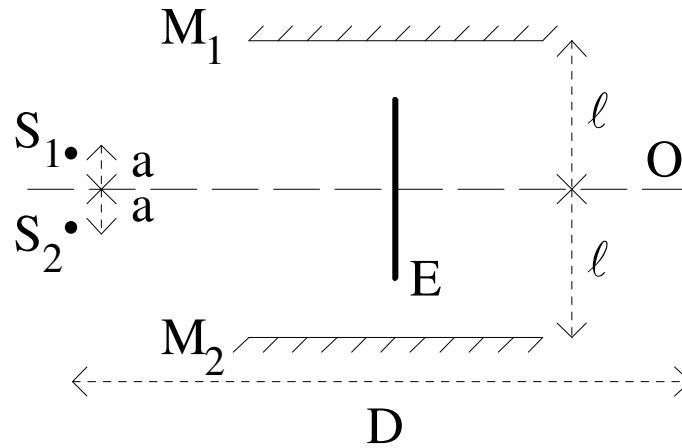


1.3.2 Trous Young source étendue-Exercice 1

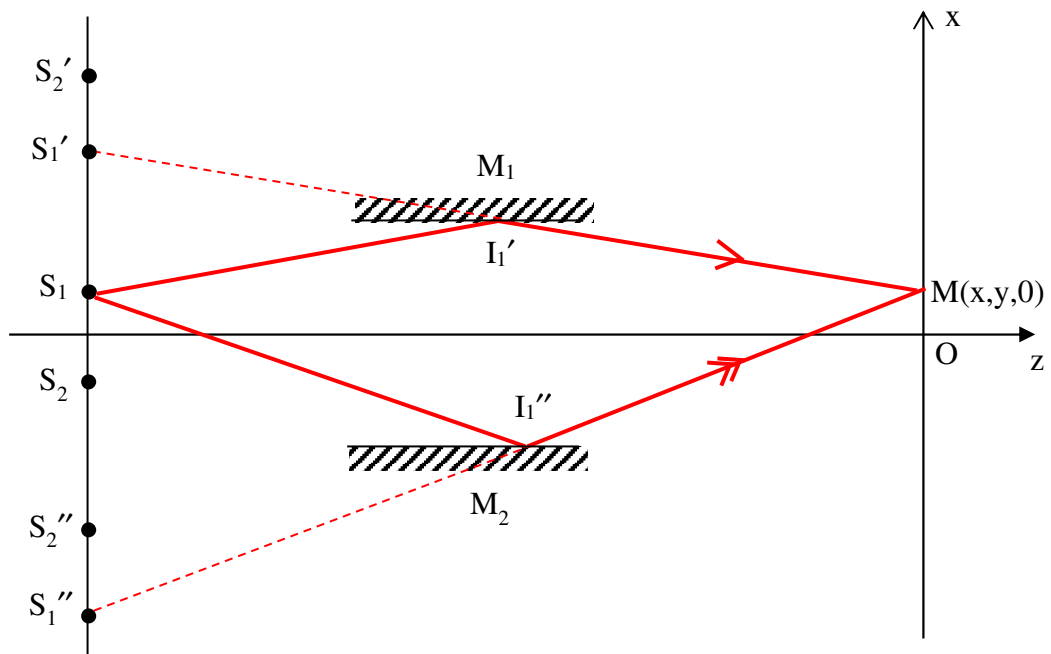
S_1 et S_2 sont deux sources ponctuelles incohérentes, monochromatiques de longueur d'onde λ et de même intensité. M_1 et M_2 sont deux miroirs plans.

La plaque opaque E élimine la lumière allant directement des sources vers l'écran.

Calculer l'éclairement sur l'écran. Calculer le contraste et commenter.



S_1 et S_2 sont deux sources incohérentes. Chacune donne sa propre figure d'interférences puis on additionne leurs éclairements pour avoir l'éclairement total.



S_1' est l'image de S_1 par la miroir plan M_1 c'est-à-dire son symétrique par rapport à M_1
 S_1'' est l'image de S_1 par la miroir plan M_2 c'est-à-dire son symétrique par rapport à M_2
 S_2' est l'image de S_2 par la miroir plan M_1 c'est-à-dire son symétrique par rapport à M_1
 S_2'' est l'image de S_2 par la miroir plan M_2 c'est-à-dire son symétrique par rapport à M_2

1.3.2 Trous Young source étendue-Exercice 1

Etude de l'éclairement en M du à S₁ :

- onde 1 issue de S₁ et qui se réfléchit sur M₁ : $\underline{E}_1'(M, t) = E_0 e^{j(\omega t - \phi_1'(M))}$

- onde 2 issue de S₁ et qui se réfléchit sur M₂ : $\underline{E}_1''(M, t) = E_0 e^{j(\omega t - \phi_1''(M))}$

- onde totale issue de S₁ : $\underline{E}_1(M, t) = \underline{E}_1'(M, t) + \underline{E}_1''(M, t) = E_0 e^{j(\omega t - \phi_1'(M))} [1 + e^{-j(\phi_1''(M) - \phi_1'(M))}]$

- éclairement en M : $I_1(M) = K \underline{E}_1(M, t) \cdot \underline{E}_1^*(M, t) = 2KE_0^2 [1 + \cos(\phi_1''(M) - \phi_1'(M))]$ on pose $I_0 = KE_0^2$

- $\phi_1''(M) - \phi_1'(M) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda} [(S_1 M)_{M_2} - (S_1 M)_{M_1}] = \frac{2\pi}{\lambda} [S_1 I_1'' + I_1'' M - S_1 I_1' - I_1' M]$

Or : $S_1 I_1' = S_1' I_1'$ où S₁' est l'image de S₁ par la miroir plan M₁ c'est-à-dire son symétrique par rapport à M₁

$S_1 I_1'' = S_1'' I_1''$ où S₁'' est l'image de S₁ par la miroir plan M₂ c'est-à-dire son symétrique par rapport à M₂

Donc : $\phi_1''(M) - \phi_1'(M) = \frac{2\pi}{\lambda} [S_1'' I_1'' + I_1'' M - S_1' I_1' - I_1' M] = \frac{2\pi}{\lambda} [S_1'' M - S_1' M]$

Coordonnées des points : S₁ (a, 0, -D) S₁' (2ℓ-a, 0, -D) S₁'' (-2ℓ-a, 0, -D) M (x, y, 0)

On suppose D grand devant les autres longueurs

On calcule : $S_1'' M = [(x + 2\ell + a)^2 + y^2 + D^2]^{1/2} = D \left[1 + \frac{(x + 2\ell + a)^2 + y^2}{D^2} \right]^{1/2} \approx D + \frac{(x + 2\ell + a)^2 + y^2}{2D}$

$S_1' M = [(x - 2\ell + a)^2 + y^2 + D^2]^{1/2} = D \left[1 + \frac{(x - 2\ell + a)^2 + y^2}{D^2} \right]^{1/2} \approx D + \frac{(x - 2\ell + a)^2 + y^2}{2D}$

$\delta_1(M) = S_1'' M - S_1' M \approx D + \frac{(x + 2\ell + a)^2 + y^2}{2D} - D - \frac{(x - 2\ell + a)^2 + y^2}{2D} = \frac{4\ell(a + x)}{D}$

Finalement : $I_1(M) = 2I_0 [1 + \cos(\frac{8\pi\ell(a + x)}{\lambda D})]$

Etude de l'éclairement en M du à S₂ :

Il suffit de remplacer a par -a dans l'expression de I₁(M) : $I_2(M) = 2I_0 [1 + \cos(\frac{8\pi\ell(x - a)}{\lambda D})]$

Eclairement total en M :

$I(M) = I_1(M) + I_2(M) = 2I_0 [1 + \cos(\frac{8\pi\ell(x + a)}{\lambda D})] + 2I_0 [1 + \cos(\frac{8\pi\ell(x - a)}{\lambda D})]$

$I(M) = 2I_0 [2 + \cos(\frac{8\pi\ell(x + a)}{\lambda D}) + \cos(\frac{8\pi\ell(x - a)}{\lambda D})]$

Finalement : $I(M) = 4I_0 [1 + \cos(\frac{8\pi\ell a}{\lambda D}) \cdot \cos(\frac{8\pi\ell x}{\lambda D})]$

I(M) ne dépend que de x => franges rectilignes x = cste parallèles à l'axe Oy

Interfrange i telle que I(x+i) = I(x) d'où : $i = \frac{\lambda D}{4\ell}$

On a : $I_{\max} = 4I_0 [1 + \left| \cos(\frac{8\pi\ell a}{\lambda D}) \right|]$ et $I_{\min} = 4I_0 [1 - \left| \cos(\frac{8\pi\ell a}{\lambda D}) \right|]$

D'où le contraste : $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \left| \cos(\frac{8\pi\ell a}{\lambda D}) \right|$

C = 0 pour $a = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda D}{8\ell}$ (k entier). L'intensité est uniforme sur l'écran. On a un brouillage.

C = 1 pour $a = k \frac{\lambda D}{8\ell}$. Les interférences sont bien visibles.