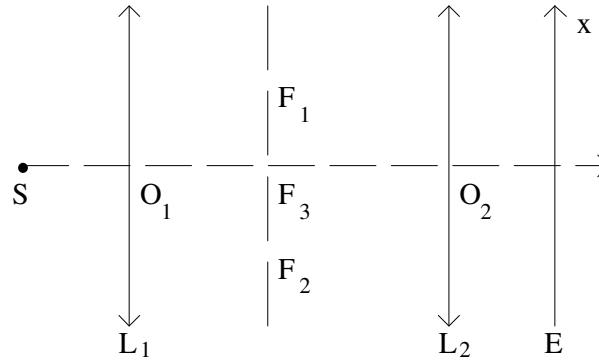


1.5 Interférences à N ondes-Exercice 5

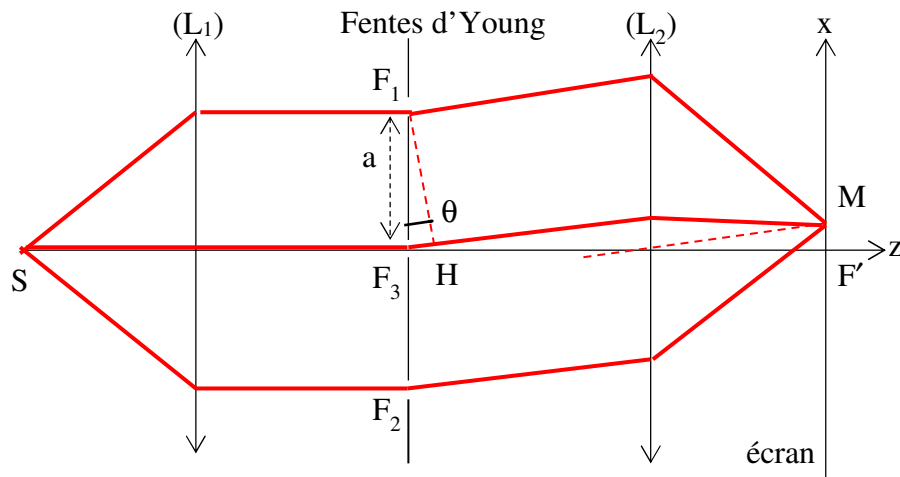
Trois fentes (F_1), (F_2) et (F_3) très fines, identiques, distantes de a , sont éclairées par un faisceau cylindrique de lumière monochromatique obtenu en plaçant dans le plan focal objet de la lentille (L_1) une fente source S très fine perpendiculaire à l'axe de (L_1). La source et les fentes sont parallèles.

En raison des phénomènes de diffraction, les fentes forment trois sources cohérentes.

Déterminer l'éclairement $\varepsilon(x)$ de l'écran (E) placé dans le plan focal image d'une lentille (L_2) de distance focale f . Représenter $\varepsilon(x)$. Que voit-on sur l'écran ?



1.5 Interférences à N ondes-Exercice 5



Les trois ondes sont cohérentes car synchrones et issues d'une même source. On additionne leurs amplitudes avant de calculer l'intensité car elles vont interférer :

$$\underline{E}(M, t) = \underline{E}_1(M, t) + \underline{E}_2(M, t) + \underline{E}_3(M, t) = E_0 e^{i(\omega t - \varphi_1(M))} + E_0 e^{i(\omega t - \varphi_2(M))} + E_0 e^{i(\omega t - \varphi_3(M))}$$

Astuce : on factorise par $\underline{E}_3(M, t)$ pour respecter la symétrie par rapport à l'axe Oz

$$\underline{E}(M, t) = E_0 e^{i(\omega t - \varphi_3(M))} [e^{i(\varphi_3(M) - \varphi_1(M))} + e^{i(\varphi_3(M) - \varphi_2(M))} + 1]$$

$$\text{On a : } \varphi_3(M) - \varphi_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$$

Avec : $\delta = (SM)_3 - (SM)_1 = F_3H$ car $(F_1M) = (HM)$ (principe du retour inverse et théorème de Malus)

$$\text{Or : } F_3H = a \sin \theta \approx a \theta \quad \text{et} \quad \tan \theta = \frac{x}{f}$$

$$\text{D'où : } \delta = \frac{ax}{f} \quad \text{puis} \quad \varphi_3(M) - \varphi_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ax}{f} \quad \text{De même : } \varphi_3(M) - \varphi_2(M) = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ax}{f}$$

$$\text{Donc : } \underline{E}(M, t) = E_0 e^{i(\omega t - \varphi_3(M))} [e^{i \frac{2\pi ax}{\lambda f}} + e^{-i \frac{2\pi ax}{\lambda f}} + 1] = E_0 e^{i(\omega t - \varphi_3(M))} [1 + 2 \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f}\right)]$$

$$\text{Puis : } \varepsilon(M) = \frac{1}{2} K \underline{E}(M, t) \cdot \underline{E}^*(M, t) = \frac{1}{2} K E_0^2 [1 + 2 \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f}\right)]^2$$

$$\text{En posant } \varepsilon_0 = \frac{1}{2} K E_0^2, \text{ on a : } \boxed{\varepsilon(M) = \varepsilon_0 [1 + 2 \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f}\right)]^2}$$

ε ne dépend que de $x \Rightarrow$ franges rectilignes $x = \text{constante}$ d'interfrange $i = \frac{\lambda f}{a}$

Pour $x = 0$ [i] : $\varepsilon(M) = 9\varepsilon_0$ Frange très brillante

Pour $x = i/2$ [i] : $\varepsilon(M) = \varepsilon_0$ Frange peu brillante

Pour $x = i/3$ [i] : $\varepsilon(M) = 0$ Frange sombre

Pour $x = 2i/3$ [i] : $\varepsilon(M) = 0$ Frange sombre

