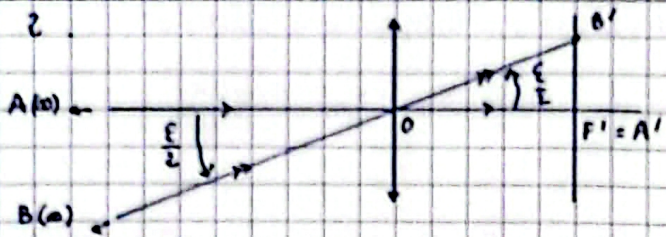


① A Télescope unique

1. Domaine infra-rouge

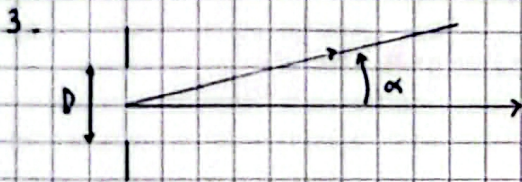


On a : $\tan\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{A'B'}{f'}$
 $\approx \frac{\epsilon}{2}$ (conditions de Gauss)

Donc : $A'B' \approx \frac{1}{2} \epsilon f'$

Il faut que A' et B' soient sur deux pixels différents pour être détectés : $A'B' \geq a$
 $\frac{1}{2} \epsilon f' n_{\text{cap}} = a$

Donc : $n_{\text{cap}} = \frac{2a}{f'}$



La demi-ouverture angulaire de la tache de diffraction est :

$\alpha \approx \frac{\lambda_0}{D}$

Le rayon de la tache de diffraction est alors : $R = \frac{\lambda_0}{D} f'$

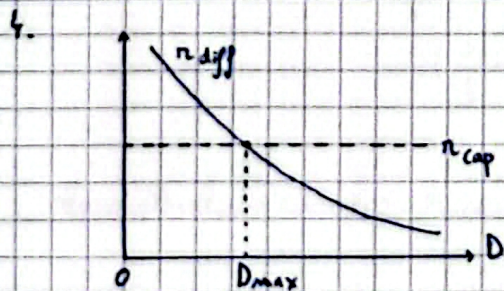
On prend ce rayon R comme distance caractéristique d'une tâche.

Il est possible de distinguer les deux images si :

$A'B' \geq R \Rightarrow \frac{1}{2} \epsilon f' \geq \frac{\lambda_0}{D} f'$

$\frac{1}{2} n_{\text{diff}} f' = \frac{\lambda_0}{D} f'$

Donc : $n_{\text{diff}} = \frac{2\lambda_0}{D}$

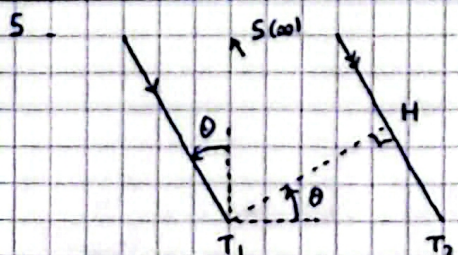


La résolution n'augmente plus à partir de D_{max} car elle est limitée par n_{cap}

On a : $\frac{2a}{f'} = \frac{2\lambda_0}{D_{\text{max}}} \Rightarrow D_{\text{max}} = \frac{\lambda_0 f'}{a}$

A.N : $D_{\text{max}} = 20 \text{ m}$

Les plus grands télescopes ont un diamètre de l'ordre de 10 m.

① B Association de deux télescopes

$\delta_0(\theta) = (ST_2) - (ST_1)$
 $= (SH) + (HT_2) - (ST_1)$
 $= HT_2 \quad (n=1)$

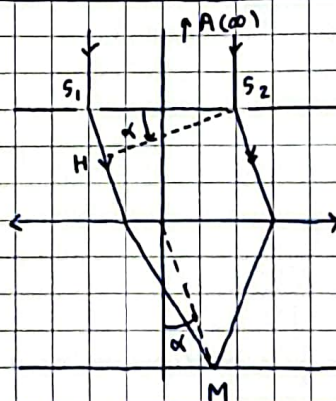
$\delta_0(\theta) = l_0 \sin \theta$

car T_1 et H appartiennent à une même surface d'onde relative à S

Il faut compenser cette différence de marche pour que la différence de marche totale soit inférieure à la longueur de cohérence.

6 Avec le même schéma : $l(\theta) = T_1 H = l_0 \cos \theta$ θ variable par la rotation de la Terre

7.



$$\begin{aligned}\delta_A(M) &= (AM)_2 - (AM)_1 \\ &= (AS_2) + (S_2M) - (AS_1) - (S_1M) - (HM) \\ &= (S_2M) - (S_1M) - (HM)\end{aligned}$$

α : $(S_2M) = (HM)$ car H et S_2 appartiennent à une même surface d'onde relative à une source fictive en M

$$\delta_A(M) = -(S_1M) = -S_1M = -b(\theta) \sin \alpha \approx -b(\theta) \alpha$$

$$\text{On a } \tan \alpha = \frac{x}{f'} \approx \alpha \quad \text{donc } \delta_A(M) = -b(\theta) \frac{x}{f'}$$

$$\text{D'où : } p_A(M) = -\frac{b(\theta)x}{\lambda_0 f'}$$

Formule de Fresnel pour deux ondes de même amplitude : $I_A(M) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_A(M) \right) \right]$

$$\text{Soit : } I_A(x) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi b(\theta)x}{\lambda_0 f'} \right) \right]$$

I_0 = intensité produite par une seule des deux ondes

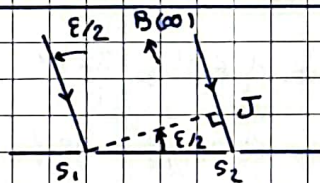
$I_A(x)$ = cste pour x = cste $\Rightarrow$ franges rectilignes d'équation x = cste

$$I_A(x+i) = I_A(x) \Rightarrow \frac{2\pi b(\theta)i}{\lambda_0 f'} = 2\pi \Rightarrow \text{interfrange } i = \frac{\lambda_0 f'}{b(\theta)}$$

$$I_{\min} = 0 \quad I_{\max} = 4I_0 \Rightarrow \text{contraste } C = 1$$

Le contraste ne dépend pas de $b(\theta)$. L'interfrange diminue quand $b(\theta)$ augmente

8.



$$\begin{aligned}\delta_B(M) &= (BM)_2 - (BM)_1 \\ &= (BJ) + (JS_2) + (S_2M) - (BS_1) - (S_1M) - (HM)\end{aligned}$$

α : $(BS_1) = (BJ)$ car S_1 et J appartiennent à une même surface d'onde relative à B

$$\text{Donc : } \delta_B(M) = (JS_2) - (S_1M) = JS_2 - S_1M \quad (m=1)$$

$$= b(\theta) \sin \frac{\epsilon}{2} - b(\theta) \frac{x}{f'} \approx b(\theta) \left(\frac{\epsilon}{2} - \frac{x}{f'} \right)$$

$$\text{D'où : } p_B(M) = \frac{b(\theta)}{\lambda_0} \left(\frac{\epsilon}{2} - \frac{x}{f'} \right)$$

Il y a superposition des deux figures d'interférences car A et B sont mutuellement incohérentes.

$$\text{Il y a brouillage si : } p_B(M) - p_A(M) = k + \frac{1}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{b(\theta)}{\lambda_0} \frac{\epsilon}{2} = k + \frac{1}{2}$$

$$\text{Donc : } b(\theta) = \left(k + \frac{1}{2} \right) \frac{2\lambda_0}{\epsilon}$$

$$9. \text{ La plus petite valeur est donc : } b_{\min}(\theta) = \frac{\lambda_0}{\epsilon}$$

On écarte les télescopes pour obtenir le premier brouillage. On trouve $\epsilon = \frac{\lambda_0}{b_{\min}(\theta)}$

Puis : $\epsilon = \frac{D}{L}$ où D est le diamètre de la galaxie et L sa distance au télescope

$$\text{On en déduit : } D = \epsilon L = \frac{\lambda_0}{b_{\min}(\theta)} \cdot L$$

10. La plus petite valeur de ϵ mesurable est : $\epsilon_{\text{double}} = \frac{\lambda_0}{b_0}$

C'est l'ordre de grandeur de la résolution due à la diffraction pour un télescope unique de diamètre b_0 .

A.N: $\epsilon_{\text{double}} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ rad}$

11. Surface d'un télescope double: $2 \cdot \pi \frac{D^2}{4}$

Surface d'un télescope unique équivalent: $\pi \frac{b_0^2}{4} \gg 2 \cdot \pi \frac{D^2}{4}$

Le télescope unique capte donc beaucoup plus de lumière que le double. Il permet de voir des objets peu lumineux.

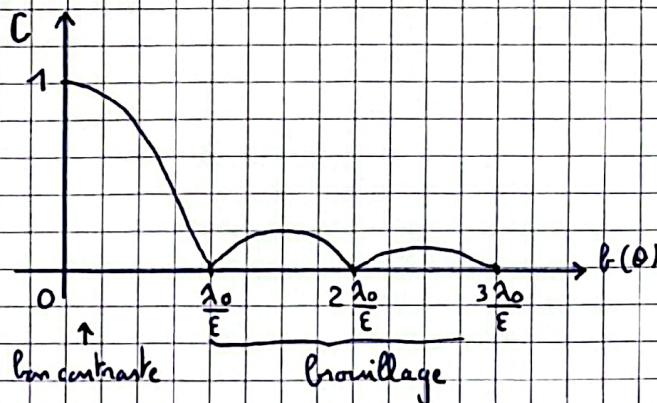
12. Les étoiles sont des sources mutuellement incohérentes $\Rightarrow$ addition des intensités

$$\begin{aligned} I_{\text{gal}}(x) &= \int_{-\frac{\epsilon}{2}}^{\frac{\epsilon}{2}} dI_{\text{gal}}(x) = \Gamma \int_{-\frac{\epsilon}{2}}^{\frac{\epsilon}{2}} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi b(\theta)}{\lambda_0} \left(\frac{x}{f'} + \alpha\right)\right) \right] d\alpha \\ &= \Gamma \left[\epsilon + \frac{\lambda_0}{2\pi b(\theta)} \left[\sin\left(\frac{2\pi b(\theta)}{\lambda_0} \left(\frac{x}{f'} + \alpha\right)\right) \right]_{-\frac{\epsilon}{2}}^{\frac{\epsilon}{2}} \right] \\ &= \Gamma \epsilon \left[1 + \frac{\lambda_0}{2\pi b(\theta) \epsilon} \left(\sin\left(\frac{2\pi b(\theta)}{\lambda_0} \left(\frac{x}{f'} + \frac{\epsilon}{2}\right)\right) - \sin\left(\frac{2\pi b(\theta)}{\lambda_0} \left(\frac{x}{f'} - \frac{\epsilon}{2}\right)\right) \right) \right] \\ &= 2 \sin\left(\frac{\pi b(\theta) \epsilon}{\lambda_0}\right) \cos\left(\frac{2\pi b(\theta) x}{\lambda_0 f'}\right) \end{aligned}$$

d'où: $I_{\text{gal}}(x) = \Gamma \epsilon \left[1 + \text{sinc}\left(\frac{\pi b(\theta) \epsilon}{\lambda_0}\right) \cos\left(\frac{2\pi b(\theta) x}{\lambda_0 f'}\right) \right]$

On a: $I_{\text{gal,max}} = \Gamma \epsilon \left[1 + \left| \text{sinc}\left(\frac{\pi b(\theta) \epsilon}{\lambda_0}\right) \right| \right]$ et $I_{\text{gal,min}} = \Gamma \epsilon \left[1 - \left| \text{sinc}\left(\frac{\pi b(\theta) \epsilon}{\lambda_0}\right) \right| \right]$

Donc: $C = \left| \text{sinc}\left(\frac{\pi b(\theta) \epsilon}{\lambda_0}\right) \right|$



Avec une étoile, les brouillages étaient périodiques. Entre deux brouillages le contraste redevenait bon.

Pour la galaxie, le brouillage apparaît pour $b(\theta) = \frac{\lambda_0}{\epsilon}$ et reste, sans jamais redevenir proche de 1.