

Sommes études de fonctions-fonctions usuelles

Semaine du 12 octobre 2026 :

Algèbre - Cahpitre 2 : **Ensemble et application** Algèbre - chapitre 3 : **Sommes et produit** Analyse Chapitre 1 : **Etude de fonctions**

Analyse Chapitre 2 : **Fonctions usuelles** (exo sur ln et exp, cours uniquement ensuite)

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

► AN1 : Etudes de fonctions

- ☐ Qu'est ce qu'une fonction paire ? Impaire ? majorée ? minorée ? bornée ?
- ☐ Quelles sont les effets des opérations $f(x+a)$, $f(x)+a$, etc. sur le graphe d'une fonction f ?
- ☐ Qu'est-ce qu'une fonction croissante ? Décroissante ? Strictement croissante ? Monotone ?
- ☐ Qu'est ce que la dérivée d'une fonction en un point ? Quelles interprétations à cette dérivée ?
- ☐ Donner les formules de dérivation du produit, du quotient, de la composition de fonctions dérivables.
- ☐ Donner la formule de dérivation de la bijection réciproque, en précisant bien les conditions d'utilisation.
- ☐ Qu'est-ce qu'une primitive ? Comment calculer une intégrale à partir d'une primitive ?
- ☐ Qu'est ce qu'une fonction de deux variables ? Qu'est ce que les dérivées partielles ?

► AL2 : Ensembles et applications

- ☐ Que signifie $x \in A$? $A \subset B$? $\bar{A}$?
- ☐ Comment montrer $A \subset B$?
- ☐ Qu'est-ce qu'une application ? Que note-t-on $f(A)$ et $f^{-1}(B)$?
- ☐ Si on parle de $f^{-1}(B)$, où B est un ensemble, est-ce que ça veut dire qu'on parle de la bijection réciproque de f ?
- ☐ Qu'est ce qu'une application injective ? Surjective ? Bijective ? Donner des exemples pour chacune de ces définitions.
- ☐ Enoncez la caractérisation de la bijection à partir de l'existence d'une fonction g vérifiant certaines propriétés.
- ☐ Comment peut-on (parfois) obtenir l'expression de f^{-1} ?

► AL3 : Sommes et produits

- ☐ Que signifie $\sum_{i \in I} x_i$? $\prod_{i \in I} x_i$?
- ☐ Comment gère-t-on un changement d'indice ? Peut-on poser $i = 2k$ comme changement ? et pourquoi pas ?
- ☐ Qu'est-ce qu'une somme télescopique ?
- ☐ Donnez les valeurs de $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$ et $\sum_{k=0}^n q^k$.
- ☐ Qu'est ce que les coefficients binomiaux ? Donnez les différentes formules autour de ces coefficients (symétrie, petite formule, binôme de Newton).
- ☐ Enoncez la formule du binôme de Newton.
- ☐ Qu'est ce qu'une somme double ? Une somme triangulaire ?

► AN2 : fonctions usuelles

- ☐ Comment sont construites les fonctions ln, exp et puissance réelles ?
- ☐ Comment montrer les formules autour de ln ? Et celle de exp ?
- ☐ Que signifie x^α pour α réel ?
- ☐ Qu'est ce que les croissances comparées ?
- ☐ Comment passe-t-on de la 1ère formule des croissances comparées aux autres ?
- ☐ Est-ce que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{x} = 0$ par croissances comparées ?
- ☐ Présenter arctan, arcsin, arccos : définition, limites, représentation graphique, calcul de la dérivée.
- ☐ Présenter ch et sh.

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

1. Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction en justifiant rigoureusement les problèmes de composition.
2. Etudier une fonction à partir de sa dérivée et son tableau de variation (avec des limites simple à calculer)
3. Etudier les problèmes de dérivation en un point a priori problématique
4. Tracer le graphe représentatif d'une fonction à partir de son étude.
5. Montrer qu'une application est injective, surjective, bijective.
6. Déterminer l'image d'un ensemble.
7. Déterminer l'expression de f^{-1} pour une application bijective en résolvant l'équation $y = f(x)$.
8. Manipulation de sommes (changement de variable, factorisation, télescopage etc...) et de sommes doubles (sommation "par ligne" ou "par colonne", etc.).
9. Utilisation de $\ln$, de $\exp$ et des puissances réelles.



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

Les démonstrations ci dessous peuvent être demandées.

ATTENTION : l'énoncé précis est attendu également, pas que la preuve !

- Montrez la formule de la somme télescopique. (AL03 p7)
- Relation triangulaire de Pascal (AL03 p9)
- Preuve de $e^{a+b} = e^{ab}$.
- Justification de la dérivabilité de $\arctan$ et calcul de la dérivée. (AN02 p12)