

**PHYSIQUE APPLIQUEE****Durée : 4 H.****Coef : 4****Le sujet se compose de 11 pages :**

- un texte de 10 pages
- un document réponse.

**L'épreuve se compose de deux parties indépendantes.****La première porte sur un capteur d'angle.****La deuxième concerne un émetteur. Cette deuxième partie se subdivise elle-même en deux études indépendantes, la première (II-1) portant sur un oscillateur et la deuxième (II-2) sur une boucle à verrouillage de phase.**

## PREMIÈRE PARTIE

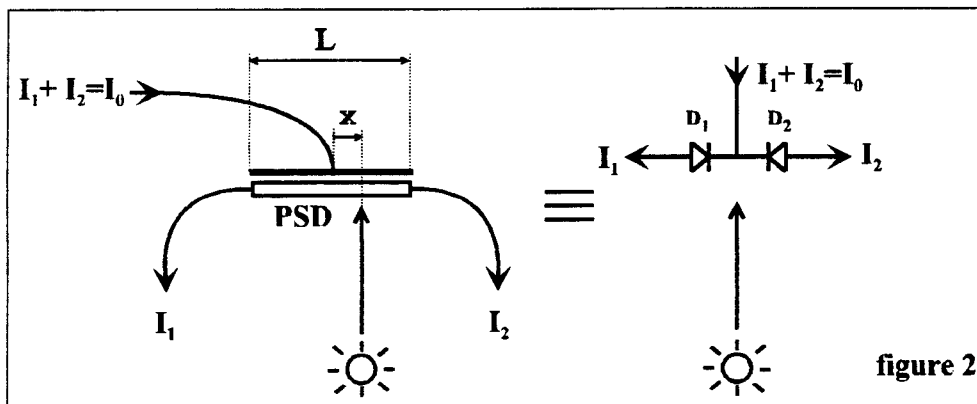
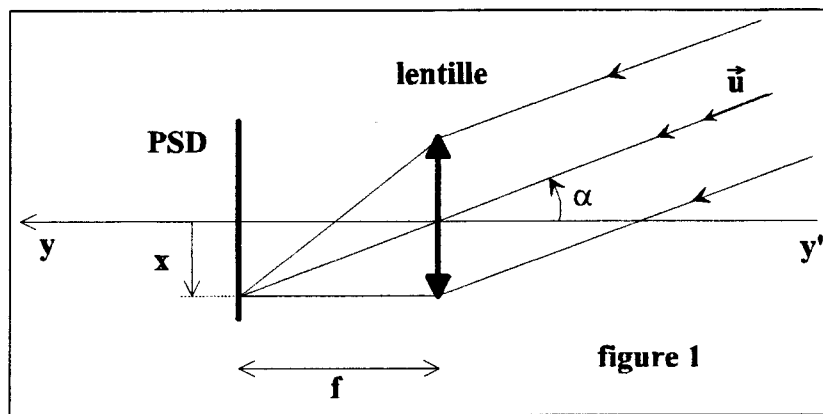
### ETUDE DU CAPTEUR D'ANGLE

Le contrôleur de géométrie de trains roulants fait appel à quatre têtes de mesures identiques fixées chacune sur une roue.

Chaque tête comporte deux diodes infrarouge qui émettent vers les deux têtes voisines et peut recevoir le signal infrarouge émis par celles-ci. Le récepteur optique comporte une lentille et un composant photosensible appelé P.S.D. (Position Sensitive Detector).

Le faisceau issu de l'émetteur infrarouge peut être considéré comme un faisceau parallèle, incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe  $y'y'$  du capteur PSD, car la source d'émission est située très loin (environ 2 mètres) par rapport à la distance focale  $f$  (environ 1 cm). Après passage dans la lentille, le faisceau se concentre en un point du plan focal de la lentille, sur le capteur PSD, à la distance  $x$  de l'axe  $y'y'$  :  $x$  est une grandeur algébrique, positive lorsque l'angle  $\alpha = (\vec{y}'y', \vec{u})$  est positif (figure 1).

**I-1- Exprimer  $\alpha$  en fonction de  $x$  et de la distance focale  $f$ .**



Le P.S.D. est une photodiode PIN très allongée, de longueur  $L$  (figure 2). Comme une photodiode classique, elle est polarisée en inverse et le courant d'intensité  $I_0$  qui la traverse est proportionnel au flux lumineux reçu. De plus, si le P.S.D. reçoit la lumière en un point situé à une distance  $x$  de son centre, les courants  $I_1$  et  $I_2$  sont tels que :

$$I_1 + I_2 = I_0 \quad \text{et} \quad x = \frac{L}{2} \left( \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1} \right) \quad (\text{relation 1})$$

Du point de vue électrique, le PSD peut être assimilé à deux photodiodes  $D_1$  et  $D_2$ , conformément au schéma de la figure 2.

On mesure les intensités  $I_1$  et  $I_2$  et on calcule la distance  $x$  à partir de la relation 1.

## I-2- MESURE DES INTENSITÉS $I_1$ ET $I_2$

On réalise le montage de la figure 3 où les amplificateurs linéaires intégrés sont supposés idéaux.

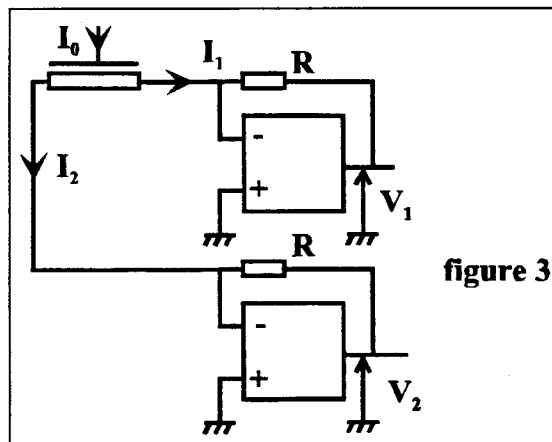


figure 3

I-2-a- Exprimer  $V_1$  et  $V_2$  en fonction de  $I_1$  et  $I_2$ .

I-2-b- Montrer que  $x$  peut s'écrire :

$$x = \frac{L}{2} \left( \frac{V_2 - V_1}{V_2 + V_1} \right) \quad (\text{relation 2})$$

## I-3- INFLUENCE DE LA LUMIÈRE AMBIANTE.

La lumière ambiante rajoute au courant utile  $I_0$  un courant parasite  $I_p$  qui se répartit de façon égale entre  $I_1$  et  $I_2$ . On admettra que, si le PSD reçoit simultanément la lumière ambiante et la lumière infrarouge issue de l'émetteur, les courants de sortie valent respectivement

$$I'_1 = I_1 + \frac{I_p}{2} \quad \text{et} \quad I'_2 = I_2 + \frac{I_p}{2}$$

I-3-a- Quelles sont alors les nouvelles valeurs  $V'_1$  et  $V'_2$  des tensions  $V_1$  et  $V_2$  ?

Ces valeurs conduisent donc, à l'aide de la relation 2, à calculer une valeur  $x'$  au lieu de la vraie valeur  $x$ .

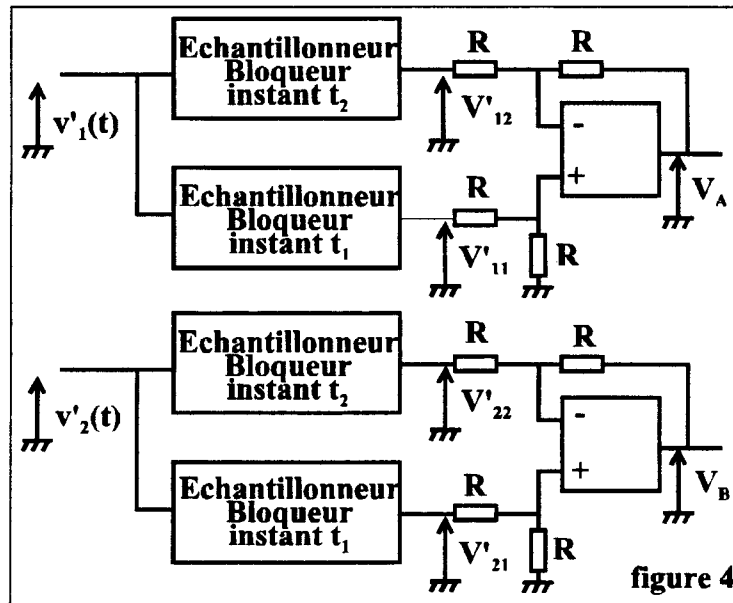
I-3-b- Montrer que 
$$x' = x \cdot \frac{I_0}{I_0 + I_p}$$

La valeur  $x'$  obtenue à partir des mesures étant inexacte, on est donc amené à s'affranchir de l'influence de la lumière ambiante. Pour cela, les émetteurs infrarouge ne sont pas alimentés en continu, mais en mode impulsionnel : l'émission a lieu pendant  $23\mu\text{s}$  toutes les  $5,92\text{ ms}$ . Ainsi le courant  $I_1$  est remplacé par le courant  $i_1(t)$  de la figure 5. Il en est de même pour le courant  $I_2$ .

**I-4- ELIMINATION DE L'INFLUENCE DU RAYONNEMENT PARASITE**

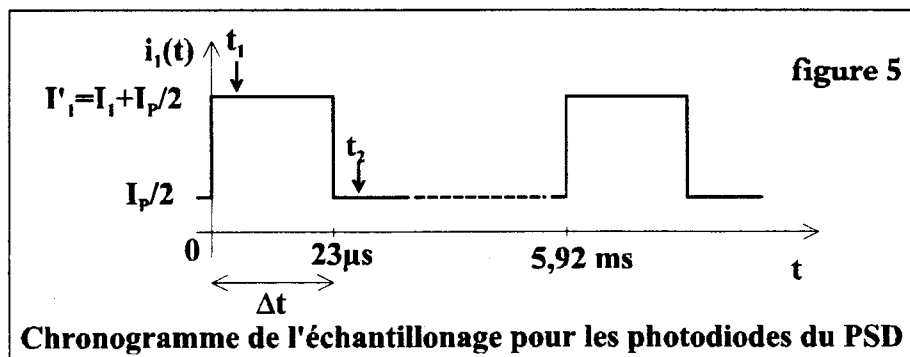
Afin de s'affranchir de l'influence du rayonnement parasite, on effectue successivement deux mesures, conformément aux schémas de la figure 4. Les tensions sont mémorisées successivement par un échantillonneur-bloqueur suivant le chronogramme de la figure 5.

- la première mesure est effectuée avec le signal infrarouge superposé au rayonnement parasite et fournit les tensions  $V'_{11}$  et  $V'_{21}$ .
- la seconde est effectuée sans signal infrarouge et fournit les tensions  $V'_{12}$  et  $V'_{22}$ .



**I-4-a- Calculer  $V'_{11}, V'_{12}, V'_{21}$  et  $V'_{22}$  en fonction de  $R, I_1, I_2$  et  $I_p$ .**

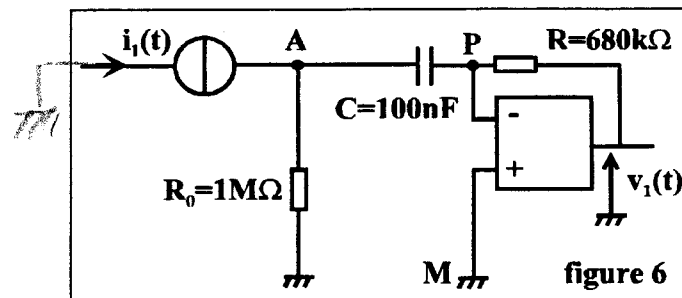
**I-4-b- Exprimer  $V_A$  en fonction de  $V'_{11}$  et  $V'_{12}$ , et  $V_B$  en fonction de  $V'_{21}$  et  $V'_{22}$  lorsque les échantillonneurs sont en mode blocage.**



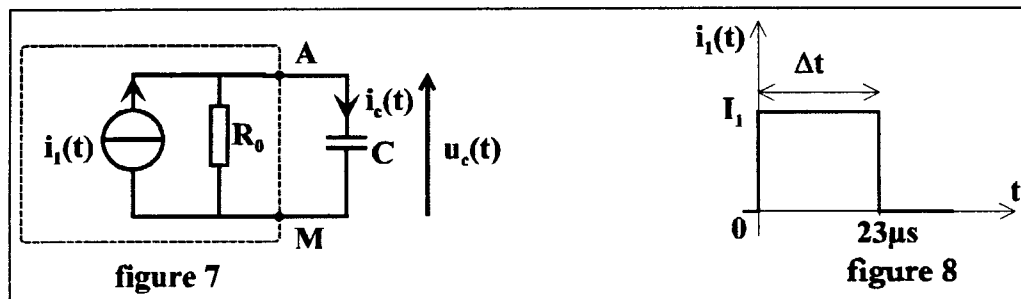
**I-4-c- Montrer que  $x$  s'exprime alors en fonction de  $L, V_A$  et  $V_B$ .**

## I-5- MESURES EN RÉGIME DYNAMIQUE

Le courant d'une des diodes du PSD est représenté par  $i_1(t)$  sur la figure 5. La conversion courant-tension est effectuée par un amplificateur opérationnel avec couplage capacitif (figure 6).



I-5-a- L'amplificateur opérationnel étant supposé idéal, montrer que l'on peut établir le schéma équivalent de Norton dessiné sur la figure 7 pour le calcul du courant dans le condensateur.



Pour simplifier on considère que le courant  $i_1(t)$  est, dans un premier temps, donné par la figure 8, et on suppose que  $u_c(t=0) = 0$ .

I-5-b- Donner le schéma équivalent de Thévenin du dipôle entouré vu des points A et M figure 7.

I-5-c- Montrer que  $i_c(t=0^+) = I_1$  ; établir l'équation différentielle donnant le courant  $i_c(t)$  pour  $0 < t < \Delta t$ .

I-5-d-. Montrer que l'expression du courant  $i_c(t)$  dans le condensateur peut alors s'écrire, pour  $0 < t < \Delta t$  :

$$i_c(t) = I_1 \cdot e^{-\frac{t}{R_0 C}}$$

I-5-e- Compte tenu des valeurs numériques de C et de  $R_0$  indiquées sur la figure 6 ainsi que de la valeur de  $\Delta t$  (figure 8), montrer par un développement limité, que  $i_c(t)$  reste égal à  $I_1$  à moins de  $10^{-3}$  près et peut donc être considéré comme constant pendant tout l'intervalle de temps  $\Delta t$ .

Montrer que l'on peut négliger  $i_c$  devant  $I_1$  pour  $23 \mu s < t < 5,92 \text{ ms}$ .

I-5-f- En réalité, le courant  $i_1(t)$  de la figure 5 est celui de la figure 8 auquel s'ajoute un courant constant  $\frac{I_P}{2}$ .

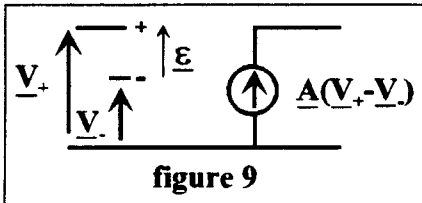
Quelle serait, en régime permanent, la valeur de  $i_c$  qui correspondrait à ce courant constant si  $i_1(t)$  se limitait à celui-ci ?

I-5-g- Dédurre des questions précédentes la forme de  $i_c(t)$  correspondant au courant  $i_1(t)$  de la figure 5 et représenter la tension de sortie  $v_1(t)$  pour  $t$  compris entre 0 et 30  $\mu s$ .

**I-6- INFLUENCE DES IMPERFECTIONS DE L'AMPLIFICATEUR LINÉAIRE INTÉGRÉ.**

L'amplificateur linéaire intégré comporte de multiples imperfections. On s'intéresse à l'une d'entre elles : la variation de l'amplification avec la fréquence.

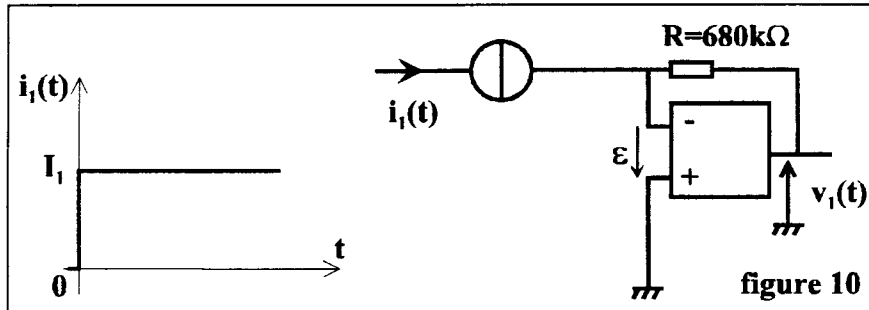
On considère maintenant que l'amplificateur linéaire intégré n'est pas idéal, mais décrit par le schéma équivalent suivant (figure 9):



où 
$$\underline{A}(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

avec  $A_0 = 10^5$  et  $\omega_0 = 120$  rad/s

On étudie le régime transitoire de  $v_1(t)$  à partir de l'instant où la diode émet. On admet que le schéma de la figure 6 peut être remplacé par celui de la figure 10, le générateur de courant qui l'attaque délivrant un signal échelon de hauteur  $I_1$ .



I-6-a- Quelle est la transmittance  $A(p)$  de l'amplificateur opérationnel ?

I-6-b- Etablir l'expression de la transmittance  $H(p) = \frac{V_1(p)}{I_1(p)}$

I-6-c- Montrer que  $V_1(p)$  peut s'écrire:  $V_1(p) = \frac{-RI_1}{p(1 + Tp)}$

Préciser la valeur littérale de T.

Pour la suite, on prend  $T=80$  ns;  $R= 680$  k $\Omega$  ;  $I_1 = 1,0$   $\mu A$

I-6--d- Etablir, à l'aide de la table de transformées de Laplace fournie en annexe, l'expression de  $v_1(t)$ .

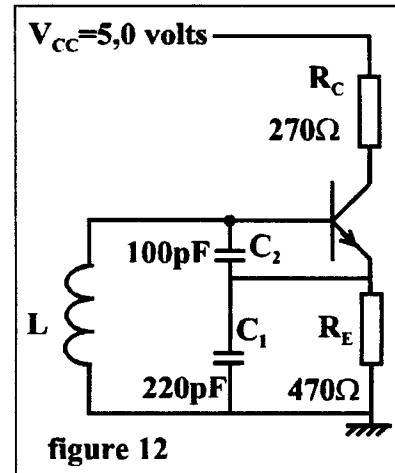
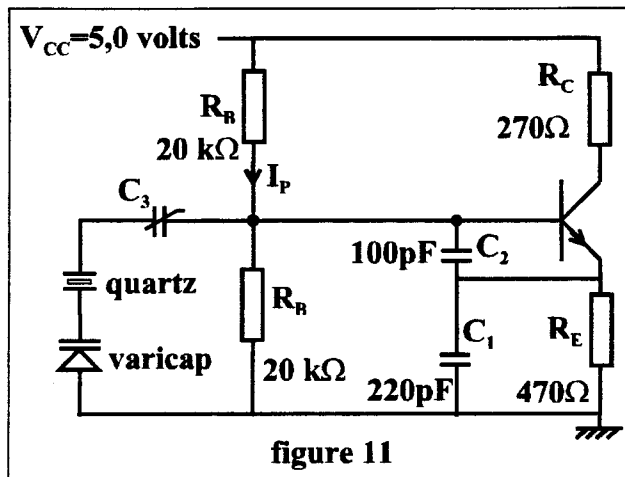
I-6-e- Représenter la courbe  $v_1(t)$  .

## DEUXIÈME PARTIE

### ETUDE DE L'ÉMETTEUR

L'angle  $\alpha$  mesuré par la tête de mesures est transmis sous forme d'un nombre binaire de 12 bits vers l'émetteur radio ; la vitesse de transmission est de 2400 bauds. L'émetteur comporte un oscillateur et une boucle à verrouillage de phase

L'oscillateur représenté figure 11 est un oscillateur à quartz de fréquence voisine de 14,043 MHz. La diode varicap est polarisée par une tension logique (non représentée sur le schéma) qui vaut 0 V ou 5,0 V, suivant que le signal à transmettre est un "1" ou un "0". Le signal de sortie de l'oscillateur est appliqué à une boucle à verrouillage de phase, ce qui permet d'obtenir un signal de fréquence voisine de 224,7 MHz qui est envoyé vers l'antenne.



## II-1- ETUDE DE L'OSCILLATEUR À QUARTZ

### II-1-1- POINT DE REPOS DU TRANSISTOR

II-1-1-a- Donner le schéma équivalent en continu du montage (figure 11).

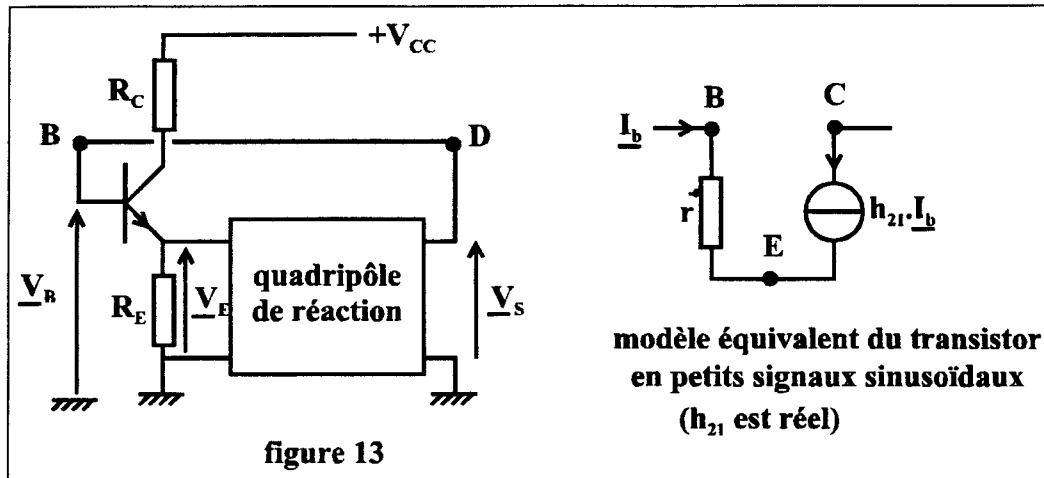
II-1-1-b- Le point de repos du transistor doit-il être placé :

- dans la zone de blocage ?
- dans la zone de saturation ?
- dans la zone de fonctionnement linéaire ?

### II-1-2- ETUDE SIMPLIFIÉE DE L'OSCILLATEUR

Pour étudier l'oscillateur, on utilise le schéma simplifié figure 12, dans lequel une inductance L remplace l'ensemble quartz,  $C_3$ , diode varicap de la figure 11. Le circuit de polarisation n'est pas représenté, son influence étant négligeable à la fréquence d'oscillation.

II-1-2-a- Montrer que le schéma peut se ramener à celui de la figure 13. Préciser la structure du quadripôle de réaction.



II-1-2-b- On ouvre la boucle entre B et D. En toute rigueur on doit alors placer à la sortie du quadripôle de réaction l'impédance d'entrée du transistor, mesurée entre base et masse, mais on suppose que celle-ci est très grande : le quadripôle de réaction n'est donc pas chargé.

Etablir le schéma équivalent du montage en boucle ouverte, en petits signaux sinusoïdaux, si on utilise pour le transistor le modèle figure 13.

II-1-2-c- Calculer la transmittance  $\underline{T}_1 = \frac{V_E}{V_B}$  en fonction de  $r$ ,  $h_{21}$  et  $\underline{Z}_E$ ,  $\underline{Z}_E$  étant l'impédance vue entre émetteur et masse, c'est-à-dire formée par  $R_E$  en parallèle avec l'impédance d'entrée du quadripôle de réaction.

II-1-2-d- Calculer la transmittance  $\underline{T}_2 = \frac{V_S}{V_E}$  en fonction de  $\underline{Z}_L$  et  $\underline{Z}_{C2}$  (impédances de  $L$  et  $C_2$ ), puis en fonction de  $L$ ,  $C_2$  et  $\omega$ . Montrer qu'elle est toujours réelle.

II-1-2-e- Exprimer la transmittance  $\underline{T}_{BO} = \frac{V_S}{V_B}$  en boucle ouverte en fonction de  $\underline{T}_1$  et  $\underline{T}_2$

II-1-2-f- Rappeler la condition limite sur  $\underline{T}_{BO}$  pour qu'un oscillateur à réaction entre en oscillation sinusoïdale (ou quasi-sinusoïdale).

II-1-2-g- Montrer que cette condition impose que  $\underline{T}_1$  soit réelle, et que  $\underline{T}_1$  est réelle uniquement si  $\underline{Z}_E$  est également réelle.

II-1-2-h- Vérifier que  $\underline{Z}_E$  est réelle lorsque l'impédance d'entrée du quadripôle de réaction entre émetteur et masse est infinie. En déduire que la fréquence d'oscillation possible est donnée par la relation :

$$\underline{Z}_{C1} + \underline{Z}_{C2} + \underline{Z}_L = 0.$$

II-1-2-i- A partir de cette dernière expression, calculer la fréquence d'oscillation correspondante  $F_0$  en fonction de  $L$ ,  $C_1$  et  $C_2$ .



**II-1-2-j- Montrer que la condition d'oscillation limite à la fréquence  $F_0$  impose aussi l'égalité  $(h_{21} + 1) \frac{C_1}{C_2} = \frac{r}{R_E}$ .**

**II-1-2-k- En réalité, pour que l'oscillateur fonctionne, l'un des membres de l'égalité précédente doit être légèrement supérieur à l'autre.**

**Préciser, en le justifiant, le sens de l'inégalité nécessaire.**

**II-1-2-l- Application numérique :**

$C_1 = 220 \text{ pF}$  ,  $C_2 = 100 \text{ pF}$  ,  $L = 1,87 \text{ } \mu\text{H}$  ,  $R_E = 470 \text{ } \Omega$  ,  $h_{21} = 10$  .

**Pour quelles valeurs de  $r$  l'oscillateur fonctionne-t-il ?**

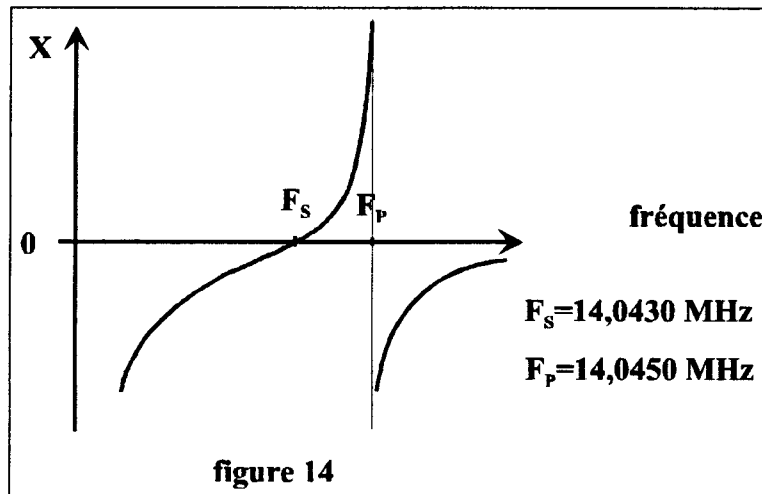
**On suppose l'oscillation sinusoïdale. Calculer  $F_0$ .**

### II-1-3- ETUDE DE L'OSCILLATEUR À QUARTZ

La fréquence de l'oscillation doit être stable à 50 Hz près.

Les valeurs de l'application numérique ci-dessus sont susceptibles de varier légèrement, aussi la stabilité de l'oscillateur précédent est insuffisante. On remplace donc la bobine par un quartz d'impédance  $jX$ .

La courbe représentant  $X$  en fonction de la fréquence est donnée figure 14.



**II-1-3-a- Dans quelle plage de fréquence le quartz se comporte-t-il comme un circuit inductif ?**

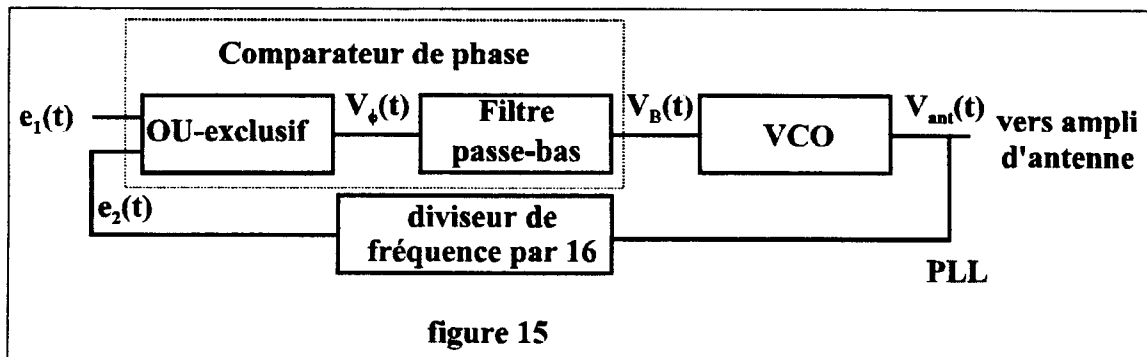
**II-1-3-b- En déduire entre quelles limites se situe la fréquence d'oscillation.**

**II-1-3-c- Quel est le rôle de la diode VARICAP ?**

## II-2- ETUDE DE LA PLL

La boucle à verrouillage de phase (PLL) représentée figure 15 comporte :

- un circuit OU-exclusif
- un filtre passe bas
- un oscillateur commandé en tension (V.C.O.)
- un diviseur de fréquence par 16



Le signal d'entrée, de fréquence  $F_0$ , provient de l'oscillateur à quartz ; sa fréquence est de 14,04350 MHz ou 14,04400 MHz suivant que le bit à transmettre est un 1 ou un 0. Ce signal est rectangulaire de niveau bas 0 V et de niveau haut  $V_{DD} = 5,0$  V

La tension de sortie du VCO de fréquence  $F_{ant}$  est envoyée vers l'amplificateur d'antenne.

### II-2-1- ETUDE DU COMPAREUR DE PHASE

Le comparateur de phase est réalisé à partir d'un circuit logique OU EXCLUSIF de technologie HCMOS. Il est polarisé par une tension  $V_{DD} = 5,0$  V. Sa tension de sortie vaut 0 V ou 5,0 V.

Les tensions d'entrée  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$  sont représentées sur le document réponse n°1. Bien que les signaux ne soient pas sinusoïdaux, on définit le décalage angulaire du signal  $e_2(t)$  par rapport au signal  $e_1(t)$  par  $\phi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$ .

II-2-1-a- Compléter le document réponse .

II-2-1-b- Quelle est la fréquence du signal  $v_\phi(t)$  ?

II-2-1-c- Calculer la valeur moyenne  $V_{moy}$  de  $v_\phi(t)$  en fonction de  $V_{DD}$  et  $\phi$ .

II-2-1-d- La grandeur de sortie du comparateur de phase étant  $V_{moy}$ , en déduire la transmittance  $\underline{T}_\phi = \frac{V_{moy}}{\phi}$  du comparateur de phase .

## II-2-2- ETUDE DU RÉGIME PERMANENT DE LA PLL

Lorsque la boucle est verrouillée, les signaux d'entrée du comparateur de phase sont de même fréquence.

**II-2-2-a- En déduire la fréquence  $F_{\text{ant}}$  du VCO en fonction de la fréquence  $F_0$  du signal d'entrée.**

**II-2-2-b- Application numérique**

Le signal issu de l'oscillateur à quartz a deux fréquences possibles : 14,04350 MHz pendant la transmission d'un bit un et 14,04400 MHz pendant la transmission d'un bit zéro.

**Calculer les fréquences émises correspondantes. Quelle est l'excursion de fréquence.**

**II-2-2-c- Quelle est le nom de ce type de modulation.**

FIN

### ANNEXE

Tableau de quelques transformées de Laplace  $F(p)$  d'un signal  $f(t)$ :

original $f(t)$	image $F(p)$
échelon unité $u(t)$	$\frac{1}{p}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{p+a}$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{p(p+a)}$

Document réponse  
à joindre à la copie

