BTS 2000 : CORRIGÉ

1.1.1. $U_{C1} = U_A$ $\quad Q_1 = C_0.U_A$

1.1.2. $U_{C2} = U_B$ $\quad Q_2 = C_0.U_B$

1.1.3. $Q_{AB} = Q_1 - Q_2 = C_0.(U_A - U_B)$

1.1.4. $\overline{i_{AB}} = \dfrac{Q_{AB}}{T_H}$

1.1.5. $U_{AB} = U_A - U_B = \dfrac{Q_{AB}}{C_0} = \dfrac{\overline{i_{AB}}.T_H}{C_0} = R_h.\overline{i_{AB}}$ avec $R_h = \dfrac{T_H}{C_0}$

1.1.6. Le dipôle est équivalent à une résistance commandée par la fréquence d'horloge.

1.2.1. $T_{i_1}(p) = -\dfrac{1}{RCp}$

1.2.2. $T_{i_2}(p) = -\dfrac{1}{R_hCp} = -\dfrac{C_0}{T_hCp}$

1.2.3. $U_C = - U_1$ $\Rightarrow$ $T_{i_3}(p) = \dfrac{1}{R_hCp} = \dfrac{C_0}{T_hCp} = \dfrac{C_0f_H}{Cp}$

1.2.4. $\omega_0 = \dfrac{C_0f_H}{C} = 62{,}5\,\text{krad}/\text{s}$

1.3.1. Le premier étage étant un sommateur inverseur :

$$U = -R_2\left(\frac{U_E}{R_1} + \frac{U_{S1}}{R_1} + \frac{U'}{R_3}\right)$$

1.3.2. $U'(p) = \dfrac{\omega_0}{p}U(p)$ $\quad U_{S1}(p) = \dfrac{\omega_0}{p}U'(p) \Rightarrow U(p) = \dfrac{p^2}{\omega_0^2}U_{S1}(p)$

or $U(p) = -R_2\left(\dfrac{U_E(p)}{R_1} + \dfrac{U_{S1}(p)}{R_1} + \dfrac{U'(p)}{R_3}\right)$

donc : $\dfrac{p^2}{\omega_0^2}U_{S1}(p) = -R_2\left(\dfrac{U_E(p)}{R_1} + \dfrac{U_{S1}(p)}{R_1} + \dfrac{p}{\omega_0}\dfrac{U_{S1}(p)}{R_3}\right)$

soit : $U_{S1}(p)\left(\dfrac{p^2}{\omega_0^2} + \dfrac{R_2}{R_1} + \dfrac{p}{\omega_0}\dfrac{R_2}{R_3}\right) = -\dfrac{R_2}{R_1}U_E(p)$

et finalement : $\dfrac{U_{S1}(p)}{U_E(p)} = -\dfrac{1}{\dfrac{R_1}{R_2}\dfrac{p^2}{\omega_0^2} + \dfrac{R_1}{R_3}\dfrac{p}{\omega_0} + 1}$

1.3.3. Par identification on obtient :

$$\omega_{01} = \omega_0 \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \qquad m_1 = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{2R_3}$$

1.4.1. $f_{01} = f_0 \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = 68{,}7\text{kHz} \qquad m_1 = 0{,}745$

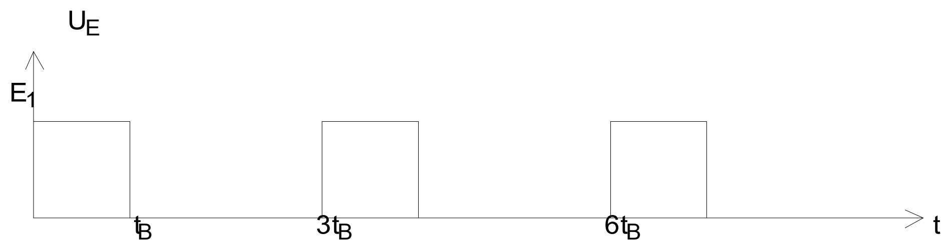
1.4.2. $\underline{T}_1(jf) = -\dfrac{1}{1 - \dfrac{f^2}{f_{01}^2} + 2jm_1\dfrac{f}{f_{01}}} \qquad \underline{T}_1(j36.10^3) = -\dfrac{1}{0{,}726 + j0{,}781}$

$\left|\underline{T}_1(j36.10^3)\right| = 0{,}938$

1.4.3. G_1 = -0,555 dB $\qquad$ G = G_1 + G_2 = -3 dB

f = 36 kHz est donc la fréquence de coupure à – 3dB du filtre.

1.5.1.



1.5.2. $f = \dfrac{1}{3t_B} = \dfrac{f_B}{3} = 24\text{kHz} \qquad \alpha = 1/3 \qquad \overline{u_E} = \alpha E_1 = 1{,}67\text{V}$

1.5.3. $a_{25} = \dfrac{2E_1 \sin(25\pi/3)}{25\pi} \qquad a_1 = \dfrac{2E_1 \sin(\pi/3)}{\pi}$

or : $\sin(25\pi/3) = \sin\left(\dfrac{24\pi}{3} + \dfrac{\pi}{3}\right) = \sin\left(8\pi + \dfrac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$

donc : a_{25}/a_1 = 1/25 = 4%

1.5.4. D’après la courbe l’amplitude du fondamental (24 kHz)est multipliée par 0,87, celle de l’harmonique 4, par 0,17 donc :

$$\frac{b_4}{b_1} = \frac{a_4}{a_1}\frac{T(96\text{kHz})}{T(24\text{kHz})} = \frac{1}{4}\frac{0{,}17}{0{,}87} = 48.10^{-3}$$

1.5.5. D’après la question 1.5.3. il faut aller jusqu’à l’harmonique 24 soit un encombrement de 576 kHz avant le filtre. En sortie l’encombrement est limité à 4.24 = 96 kHz.

2.1.1. $I_{C1} = I_S e^{V_{BE1}/V_0}$ $\quad$ $I_{C2} = I_S e^{V_{BE2}/V_0}$

2.1.2. $V_{BE} = V_0 Ln\left(I_C/I_S\right)$

$$V_{BE2} - V_{BE1} = V_0\left[Ln\left(I_{C2}/I_S\right) - Ln\left(I_{C1}/I_S\right)\right] = V_0 Ln\left(I_{C2}/I_{C1}\right) = \eta\frac{kT}{e}Ln(10) = 200.10^{-6}T$$

donc exprimée en µV : $V_{BE2} - V_{BE1} = 200T$

2.1.3. $V_{CAP} = \dfrac{R_A + R_B + R}{R}\Delta V_{BE} = 50\Delta V_{BE} = 10T$ $\quad$ exprimée en mV $\Rightarrow K = 10$

2.2.1. Le comparateur 3 bascule si $V_3 \geq V_{REF}$ soit :

$\dfrac{R_4}{R_T}V_{CAP} \geq V_{REF}$ $\quad$ donc $\quad$ $R_T = R_4\dfrac{V_{CAP}}{V_{REF}} = R_4\dfrac{10T}{V_{REF}} = 24{,}08\ k\Omega$

2.2.2. Le comparateur 2 bascule lorsque :

$\dfrac{R_3 + R_4}{R_T}V_{CAP} = V_{REF}$ donc $\quad$ $T = V_{REF}\dfrac{R_T}{R_3 + R_4} = 283{,}16K$ $\quad$ soit $10°C$

3.1.1. $\theta - \theta_e = R_{th}P_{thp}$

3.1.2. $\theta_p = \theta_e + R_{th}P_{thp} = 15°C$

3.2.1. $P_1 = C_{th}\dfrac{d\theta}{dt}$ $\quad$ $P_2 = \dfrac{\theta - \theta_e}{R_{th}}$

3.2.2. $P_1 + P_2 = P_{th}$ $\quad$ donc : $C_{th}\dfrac{d\theta}{dt} + \dfrac{\theta - \theta_e}{R_{th}} = P_{th}$ $\quad$ soit $\quad$ $R_{th}C_{th}\dfrac{d\theta}{dt} + \theta = R_{th}P_{th} + \theta_e$

3.2.3. $A = R_{th}P_{th} + \theta_e$

3.2.4. $\dfrac{d\theta}{dt} \rightarrow pT(p) - \theta(0) = pT(p) - \theta_e$

L'équation différentielle a donc pour transformée de Laplace :

$$\tau_{th}\left(pT(p) - \theta_e\right) + T(p) = \frac{R_{th}P_{th} + \theta_e}{p}$$

$$\left(\tau_{th}p + 1\right)T(p) = \frac{R_{th}P_{th} + \theta_e}{p} + \tau_{th}\theta_e = \frac{R_{th}P_{th} + \theta_e\left(\tau_{th}p + 1\right)}{p}$$

d'où : $T(p) = \dfrac{R_{th}P_{th}}{p\left(\tau_{th}p + 1\right)} + \dfrac{\theta_e}{p}$

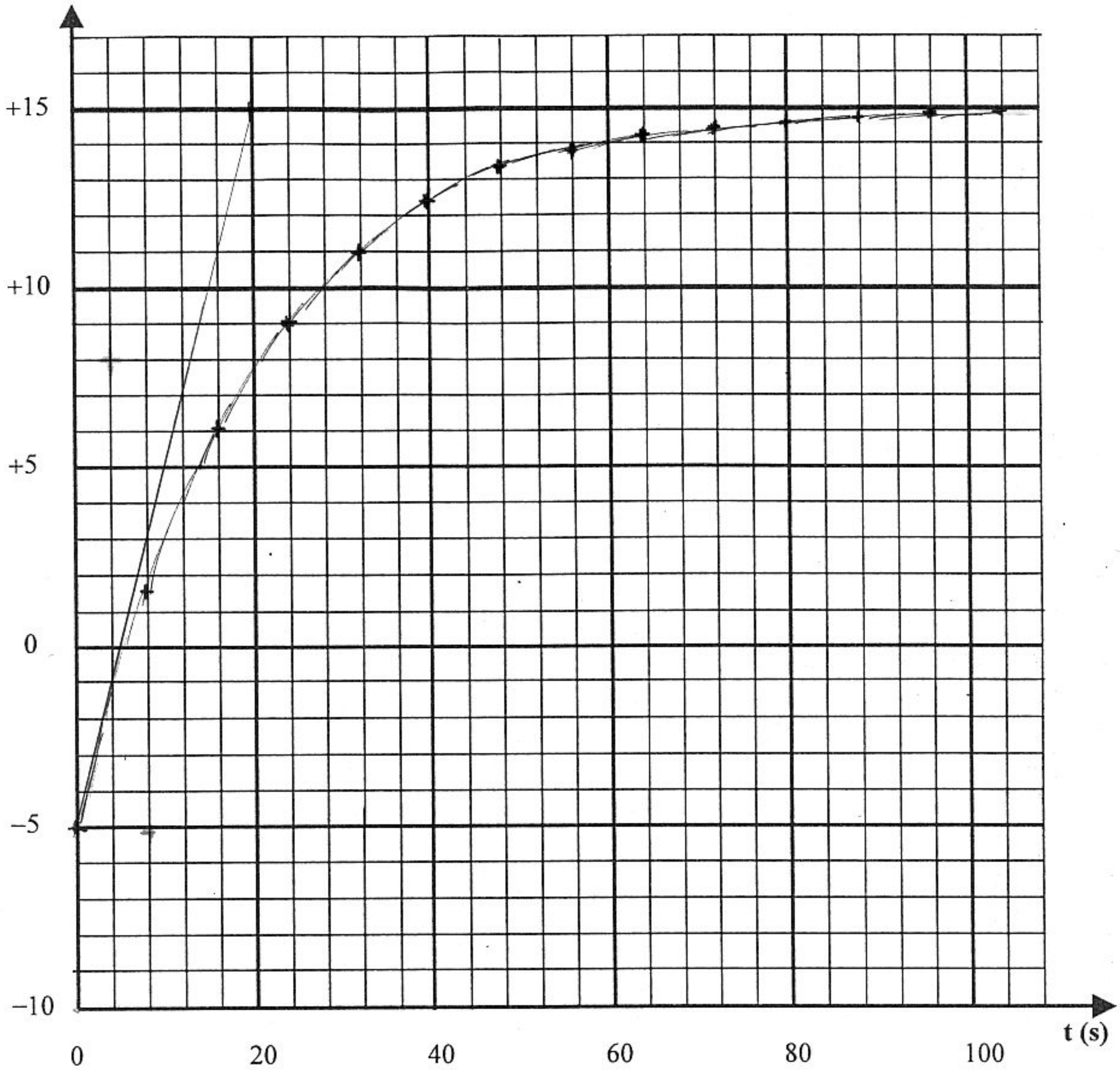
3.2.5. $\theta(t) = R_{th}P_{th}\left(1 - e^{-t/\tau_{th}}\right) + \theta_e = R_{th}P_{th} + \theta_e - R_{th}P_{th}e^{-t/\tau_{th}}$

$$\lim_{t\to\infty}\theta(t) = R_{th}P_{th} + \theta_e = 15°C$$

3.2.6. $\theta(t) = 15 - 20e^{-t/\tau_{th}}$

A l'origine : $e^{-t/\tau_{th}} \approx 1 - \dfrac{t}{\tau_{th}}$ (développement limité de l'exponentielle au premier ordre)

Donc : $\lim\limits_{t \to 0} \theta(t) = 15 - 20 + t = t - 5$ équation de la tangente à l'origine.



3.2.7. D'après la courbe $\theta = 14°C$ à $t \approx 60s$