

**B.T.S. ELECTRONIQUE****SESSION 2004****EPREUVE : DE PHYSIQUE APPLIQUEE**

*Calculatrice à fonctionnement autonome autorisée (circulaire 99-186 du 16.11.99)  
Tout autre matériel est interdit*

Le candidat répondra aux questions sur le texte même de l'épreuve, qu'il inclura dans une copie double à remettre aux surveillants en quittant la salle d'examen.  
Si la place allouée pour telle ou telle réponse semble insuffisante, il est possible, en le précisant clairement, d'utiliser le verso de la feuille précédente

SESSION 2004		CODE: ELPHVSA	
B.T.S. ELECTRONIQUE			
EPREUVE DE PHYSIQUE APPLIQUEE			
Durée . 4 heures	Coefficient: 5	Nombre total de pages : 22	1/22

Le candidat trouvera des données indiquées sous la forme  $f_i = 168,5 \text{ kHz}$  : cela signifie que la grandeur  $f_i$  est connue avec quatre chiffres significatifs. Lors des applications numériques, les résultats seront donnés avec un nombre de chiffres significatifs cohérents avec ceux de l'énoncé.

Le sujet comporte trois parties très largement indépendantes :

- I. Obtention d'un signal à la fréquence intermédiaire 168,5 kHz.
- II. Obtention du signal informatif.
- III. Traitement numérique de l'information.

Les questions à l'intérieur des parties sont pour la plupart indépendantes, ce qui permet de poursuivre la résolution d'une partie sans avoir répondu aux questions précédentes.

$$\text{Rappel : } \cos(a).\cos(b) = \frac{\cos(a + b) + \cos(a - b)}{2}$$

## Introduction

Le récepteur ILS fournit deux informations aux systèmes de contrôle du vol et d'affichage de l'avion : les indications de pente et de déviation horizontale.

Le signal reçu est un signal modulé en amplitude par deux modulateurs sinusoïdaux de fréquences 90 Hz et 150 Hz.

L'épreuve porte sur le principe de traitement du signal fournissant l'information de déviation horizontale. Le schéma fonctionnel est donné sur la Figure 1.

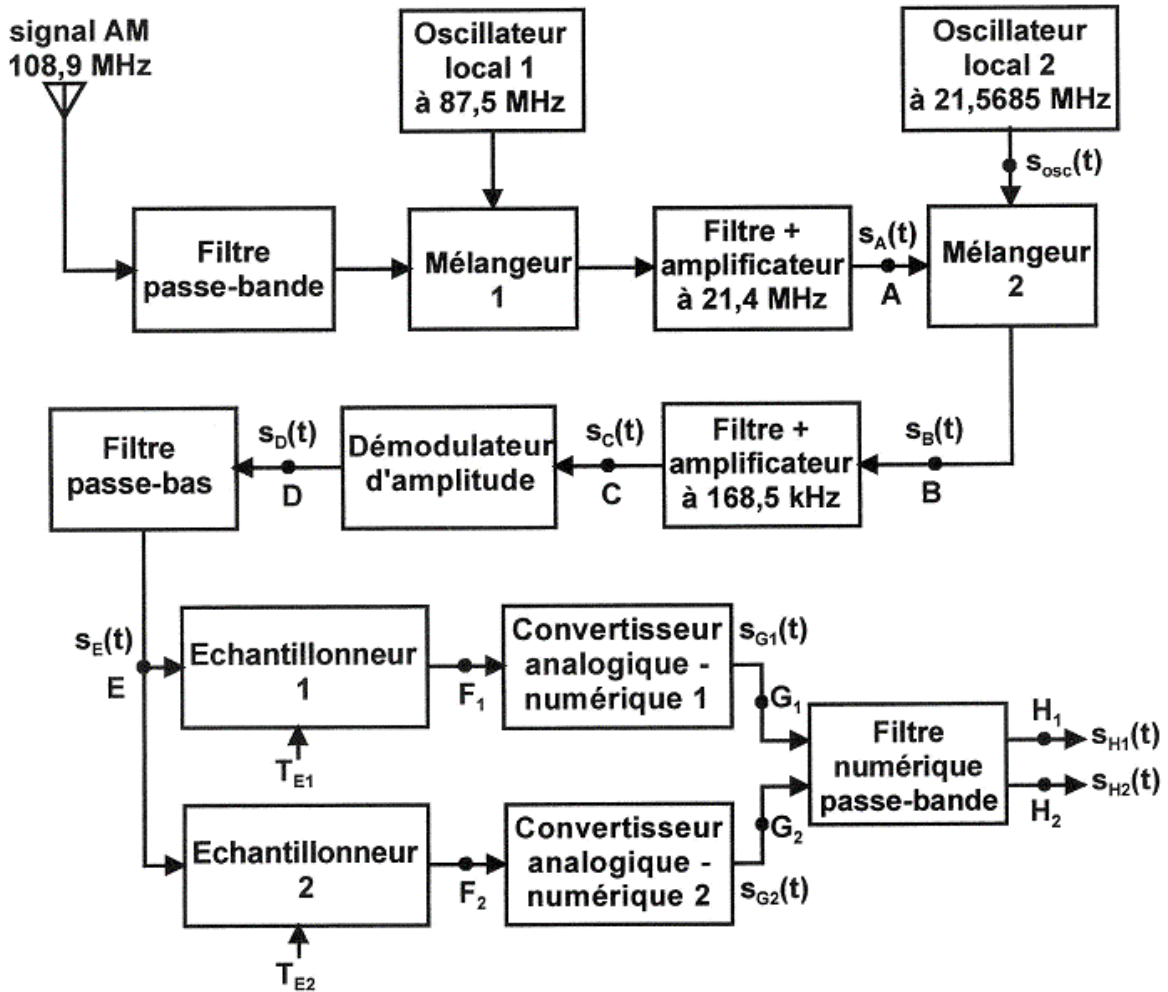


Figure 1 : Schéma fonctionnel du récepteur de déviation horizontale.

L'étude débute au point A et se décompose en trois parties :

- de A à C : obtention d'un signal à la fréquence intermédiaire 168,5 kHz ;
- de C à E : obtention du signal informatif ;
- de E à H<sub>1</sub> : traitement numérique de l'information.

## I. Obtention d'un signal à la fréquence intermédiaire 168,5 kHz

Le signal  $s_A(t)$  est modulé en amplitude par deux signaux modulateurs, d'amplitudes respectives  $A_{m1}$  et  $A_{m2}$ , de fréquences respectives  $f_{m1} = 90$  Hz et  $f_{m2} = 150$  Hz. La fréquence  $f_p$  de la porteuse du signal  $s_A(t)$  est égale à 21400,0 kHz et son amplitude est notée  $A_p$ . Le signal  $s_A(t)$  s'écrit :

$$s_A(t) = A_p [1 + m_1 \cdot \cos(\omega_{m1} \cdot t) + m_2 \cdot \cos(\omega_{m2} \cdot t)] \cdot \cos(\omega_p \cdot t)$$

avec  $m_1 = k \cdot A_{m1}$  : indice de modulation du premier modulateur

$m_2 = k \cdot A_{m2}$  : indice de modulation du second modulateur

$k$  étant une constante (en  $V^{-1}$ ).

### 1. SIGNAL MODULE $s_A(t)$

1.1. Préciser l'expression du terme représentant l'amplitude du signal modulé  $s_A(t)$ . De cette expression, justifier le fait que la modulation est une modulation d'amplitude.

1.2. Décomposer le signal  $s_A(t)$  en une somme de fonctions sinusoïdales.

1.3. Représenter l'allure du spectre en amplitude de  $s_A(t)$ .

1.4. Est-ce une modulation avec ou sans porteuse ? Justifier.

## 2. OSCILLATEUR LOCAL

L'oscillateur local (Figure 2) est réalisé à l'aide d'un quartz Q et d'un transistor bipolaire. L'inductance de choc  $L_{choc}$  se comporte comme un court-circuit vis-à-vis du continu, et comme un circuit ouvert à la fréquence d'oscillation.

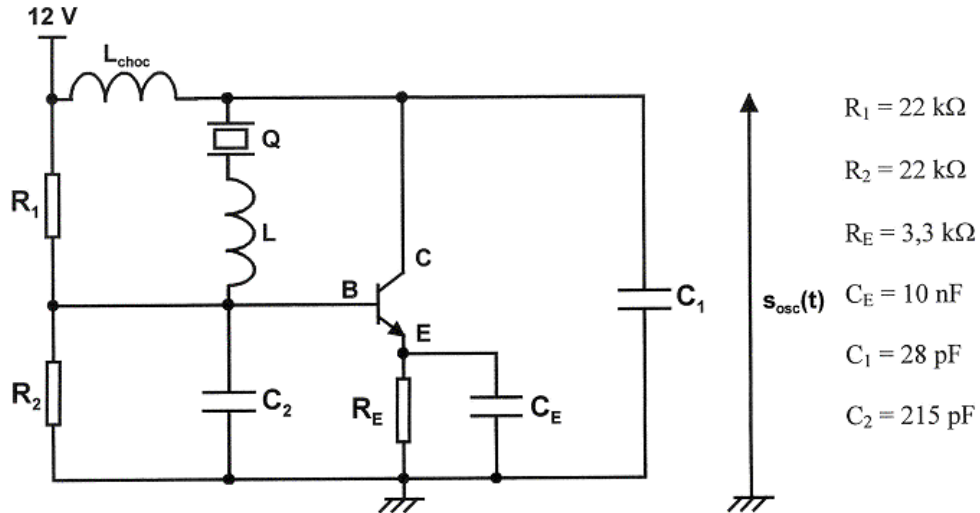


Figure 2: Oscillateur local.

### 2.1. Etude du quartz

L'allure de la variation de l'impédance du quartz, notée  $\underline{Z} = j X$ , en fonction de la fréquence, est donnée sur la courbe de la Figure 3.

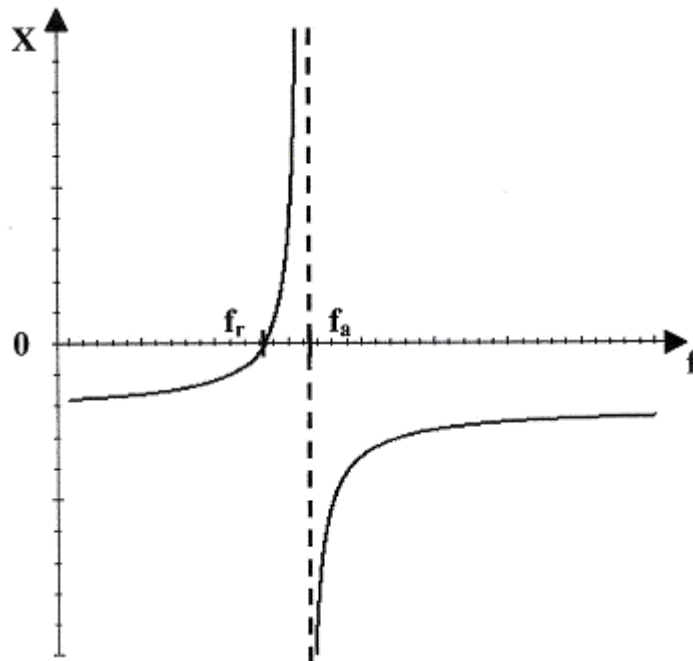


Figure 3: Variation de la réactance  $X$  en fonction de la fréquence avec :

- $f_r$  : fréquence de résonance série ;
- $f_a$  : fréquence d'antirésonance ou de résonance parallèle.

2.1.1. Indiquer, en le justifiant, comment se comporte le quartz pour :

- $0 \leq f < f_r$  :
- $f = f_r$  :
- $f_r < f < f_a$  :
- $f = f_a$  :
- $f > f_a$  :

2.1.2. Sachant que le quartz a un comportement inductif à la fréquence d'oscillation, déterminer dans quelle plage de fréquences le montage fonctionnera en oscillateur.

## 2.2. Point de repos du montage

2.2.1. Donner, en le justifiant, le schéma équivalent du montage par rapport au continu.

2.2.2. Le point de repos du transistor est-il placé : (justifier la réponse par un calcul d'ordre de grandeur)

- dans la zone de blocage ?
- dans la zone de saturation ?
- dans la zone de fonctionnement linéaire ?

### 2.3. Etude simplifiée de l'oscillateur

A la fréquence d'oscillation, le quartz et l'inductance L sont équivalents à une inductance notée  $L_{\text{eq}} = 2,2 \mu\text{H}$ .

Le modèle équivalent en petits signaux sinusoïdaux du transistor est le suivant :

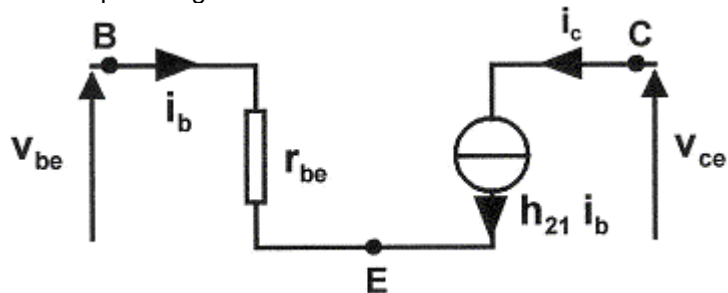


Figure 4: Schéma équivalent en petits signaux sinusoïdaux du transistor.

Dans ces conditions le schéma équivalent en petits signaux du montage de la Figure 2 peut se ramener au schéma de la figure 5.  $R_B$  y représente la résistance équivalente aux deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  en parallèle.

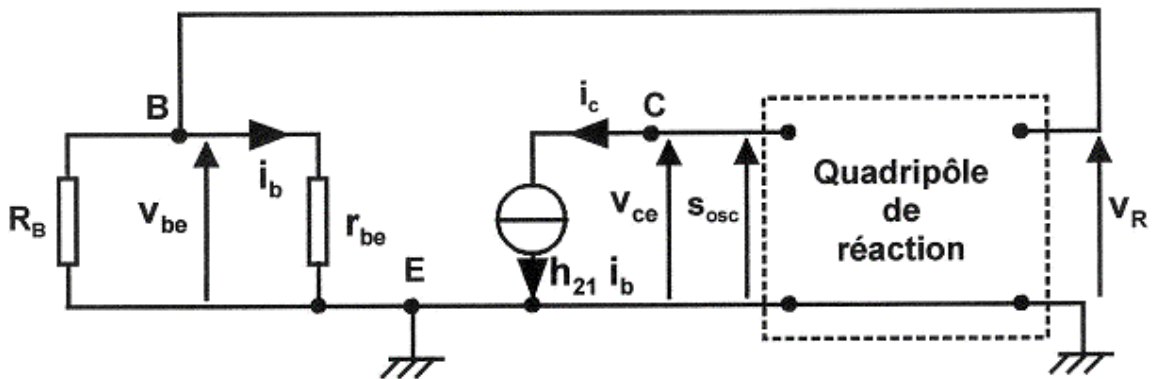


Figure 5: Schéma équivalent en petits signaux du montage.

2.3.1. Représenter les éléments du quadripôle de réaction en fonction de  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $L_{\text{eq}}$

2.3.2.  $R_B$  est très grande devant  $r_{be}$ . Simplifier alors le schéma équivalent ?

2.3.3. Afin de déterminer la fréquence d'oscillation, on ouvre la boucle de réaction : la sortie du quadripôle de réaction est donc déconnectée du point B. Pour respecter les relations d'impédances existant en boucle fermée, on doit placer en sortie du quadripôle de réaction l'impédance d'entrée  $r_{be}$  du transistor.

2.3.3.1. Montrer que la fonction de transfert du **quadripôle de réaction** chargé par  $r_{be}$  s'écrit :

$$\underline{K}(j\omega) = \frac{V_R}{\underline{S}_{OSC}} = \frac{r_{be}}{r_{be} \cdot (1 - L_{\text{éq}} \cdot C_2 \cdot \omega^2) + jL_{\text{éq}} \cdot \omega}$$



2.3.3.2 On appelle  $\underline{H}(j\omega)$  la transmittance  $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{S}_{OSC}}{I_C}$ . Exprimer la fonction de transfert de l'amplificateur  $\underline{H}_1(j\omega) = \frac{\underline{S}_{OSC}}{\underline{V}_{be}}$  en fonction de  $\underline{H}(j\omega)$ ,  $h_{21}$  et  $r_{be}$ .

2.3.4. On donne :

$$\underline{H}_1(j\omega) = \frac{\underline{S}_{OSC}}{\underline{V}_{be}} = -\frac{h_{21}}{r_{be}} \left( \frac{r_{be} \cdot (1 - L_{\acute{e}q} \cdot C_2 \cdot \omega^2) + jL_{\acute{e}q} \cdot \omega}{(1 - L_{\acute{e}q} \cdot C_1 \cdot \omega^2) + jr_{be} \cdot \omega (C_1 + C_2 - C_1 \cdot C_2 \cdot L_{\acute{e}q} \cdot \omega^2)} \right)$$

Déterminer alors la fonction de transfert :  $\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{V}_R}{\underline{V}_{be}}$

2.3.5. Rappeler la condition limite sur  $\underline{T}(j\omega)$  pour que les oscillations puissent exister

2.3.6. Déterminer l'expression littérale de la pulsation d'oscillation  $\omega_0$ .

2.3.7. Calculer la valeur numérique de la fréquence  $f_0$  des oscillations.

### 3. MELANGEUR

Pour toute la suite du problème, la fréquence  $f_0$  de l'oscillateur local est égale à 21568,5 kHz. Comme le montre la Figure 6, le mélangeur est constitué d'un circuit multiplieur et délivre une tension  $s_B(t) = K.s_A(t).s_{OSC}(t)$ , avec  $K > 0$ . Les signaux  $s_{OSC}(t)$  et  $s_A(t)$  sont respectivement :

- un signal d'amplitude constante  $S_{OSC}$  et de pulsation  $\omega_0$  :
- $s_{OSC}(t) = S_{OSC}.\cos(\omega_0.t)$  ;
- le signal modulé en amplitude :  $s_A(t) = S(t).\cos(\omega_p.t)$ .

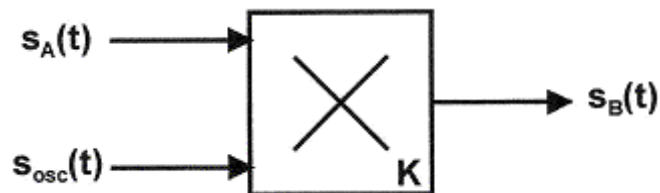


Figure 6: Mélangeur.

3.1. Donner l'expression de  $s_B(t)$  sous la forme d'une somme de fonctions sinusoïdales.

- 3.2. Le spectre en amplitude du signal modulé  $s_A(t)$  occupe une bande de fréquences de 300 Hz, centrée sur  $f_p = 21400,0$  kHz ; il peut être représenté de la façon simplifiée suivante :

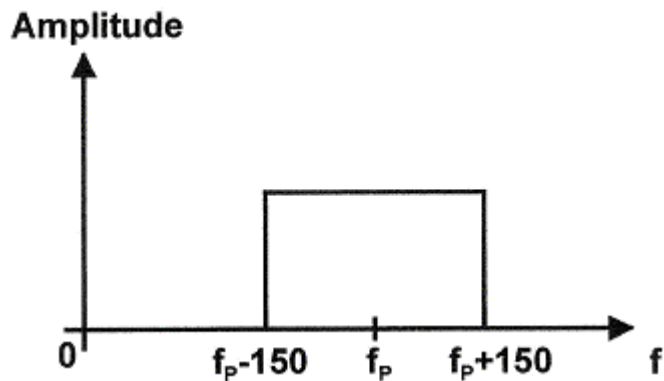


Figure 7: Représentation simplifiée du spectre de  $s_A(t)$ .

- 3.2.1. Représenter, sous une forme simplifiée, le spectre en amplitude du signal  $s_B(t)$  en sortie du multiplieur.

- 3.2.2. Préciser les valeurs numériques des fréquences centrales.

- 3.3. Comment peut-on faire pour ne conserver que le signal modulé dont la fréquence porteuse est la plus basse ? Cette fréquence est appelée fréquence intermédiaire et elle est notée  $f_i$ .

## II. Obtention du signal informatif

Au point C du schéma fonctionnel de la Figure 1, le signal modulé en amplitude s'écrit :

$$s_C(t) = S_C(t) \cdot \cos[(\omega_0 - \omega_p) \cdot t] \text{ avec } S_C(t) = A_C \cdot (1 + m_1 \cdot \cos(\omega_{m1} \cdot t) + m_2 \cdot \cos(\omega_{m2} \cdot t)),$$

$A_C$  étant une constante, et

$m_1 = k \cdot A_{m1}$  : indice de modulation du premier modulant

$m_2 = k \cdot A_{m2}$  : indice de modulation du second modulant

$k$  étant une constante (en  $V^{-1}$ ).

Les pulsations  $\omega_0$  et  $\omega_p$  correspondent respectivement à la pulsation de l'oscillateur local numéro 2, étudié au I.2., et à la pulsation de la porteuse. On rappelle que  $f_0 = 21568,5$  kHz et que  $f_p = 21400,0$  kHz.

### 1. DEMODULATION D'AMPLITUDE

La démodulation d'amplitude est réalisée à l'aide d'un démodulateur à diode (Figure 8).

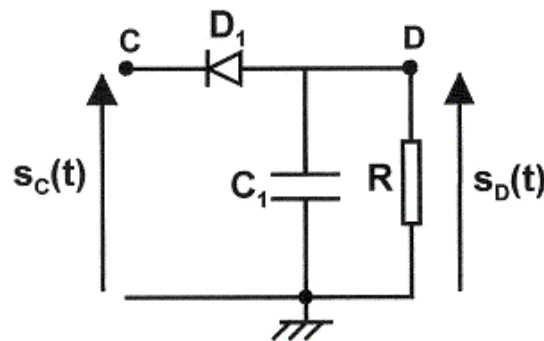


Figure 8 : Démodulateur à diode.

#### 1.1. Indice de modulation

1.1.1. De façon générale, quelle est la condition à respecter sur l'indice de modulation pour pouvoir utiliser un démodulateur à diode ?

1.1.2. Sur la courbe représentant  $s_C(t)$  (Figure 9), préciser les expressions en fonction de  $A_C$ ,  $m_1$  et  $m_2$  des niveaux de tension indiqués par des pointillés.

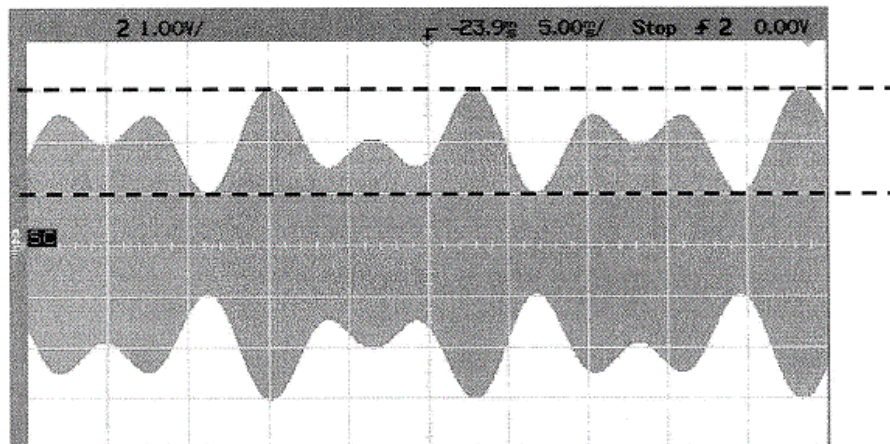


Figure 9 : Evolution de  $s_C(t)$ .

1.1.3. En déduire la condition, liant  $m_1$  et  $m_2$ , permettant d'obtenir un signal démodulé correct.

1.2. En supposant la diode D1 idéale, décrire les deux phases de fonctionnement.

1.3. **Constante de temps du démodulateur**

1.3.1. Quelle condition doit satisfaire la constante de temps  $RC_1$  en fonction de la période haute fréquence  $T$  du signal modulé  $s_c(t)$  ?

1.3.2. Calculer la valeur numérique de  $T$ .

1.3.3. Parmi les différents couples de valeurs suivants, indiquer le couple vérifiant la condition de la question 1.3.1. :

$$R = 47 \text{ k}\Omega \quad C_1 = 47 \text{ pF}$$

$$R = 47 \text{ k}\Omega \quad C_1 = 220 \text{ pF}$$

$$R = 47 \text{ k}\Omega \quad C_1 = 470 \text{ pF}$$

1.3.4. Lorsque la condition sur la constante de temps  $RC_1$  est satisfaite, représenter le signal de sortie du démodulateur  $S_D(t)$  sur le chronogramme de la Figure 10 ci-dessous.

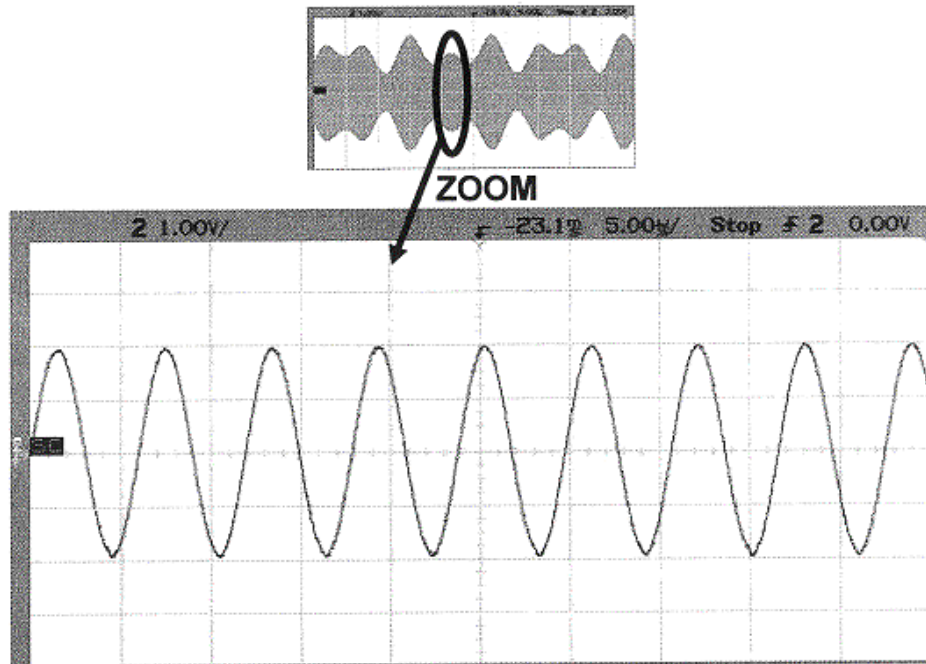


Figure 10 : Zoom du signal  $s_c(t)$  : à compléter avec  $s_D(t)$ .

1.4. La structure réellement utilisée est présentée sur la Figure 11. L'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire et il est supposé idéal.

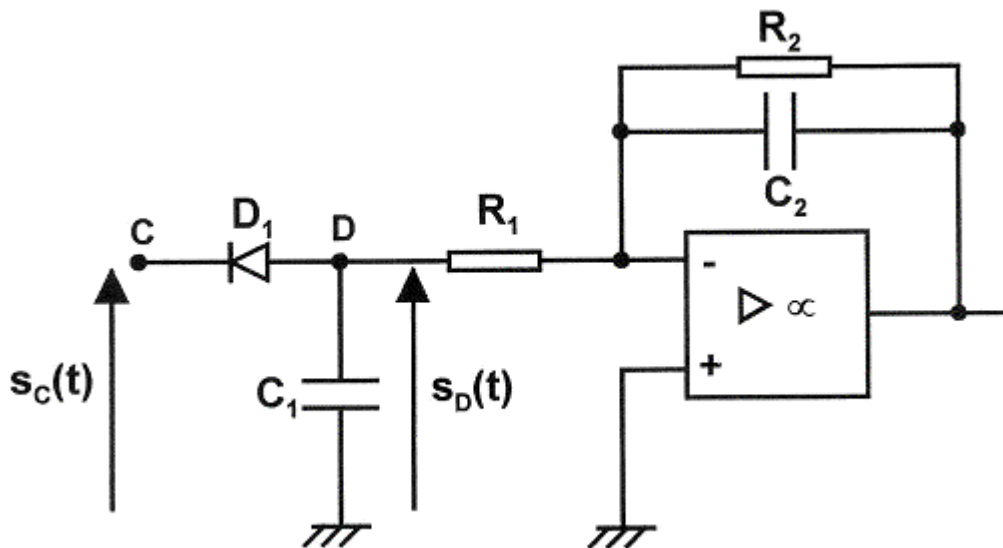


Figure 11: Structure réelle du démodulateur associé au filtre.

1.4.1. Montrer que le schéma de la Figure 11, se ramène, du point de vue électrique, à celui de la structure de la Figure 8.

1.4.2. Représenter sur le graphe de la Figure 12 le signal de sortie  $s_D(t)$  du démodulateur à diode.

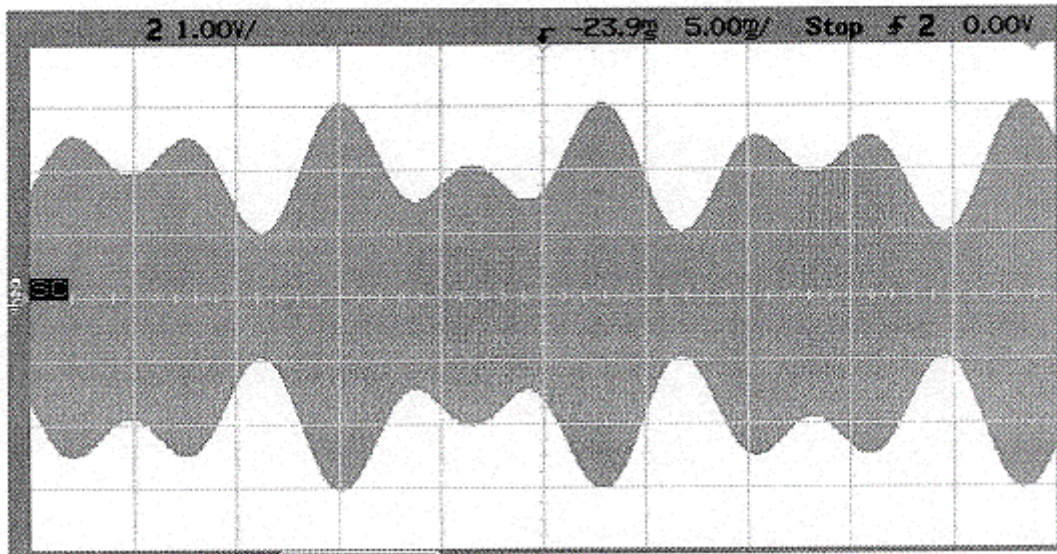


Figure 12 : Signal modulé  $s_C(t)$  : à compléter avec  $s_D(t)$ .

## 2. FILTRAGE ANALOGIQUE

Pour supprimer l'ondulation résiduelle, le signal démodulé  $S_D(t)$  est filtré par la structure de la Figure 13.

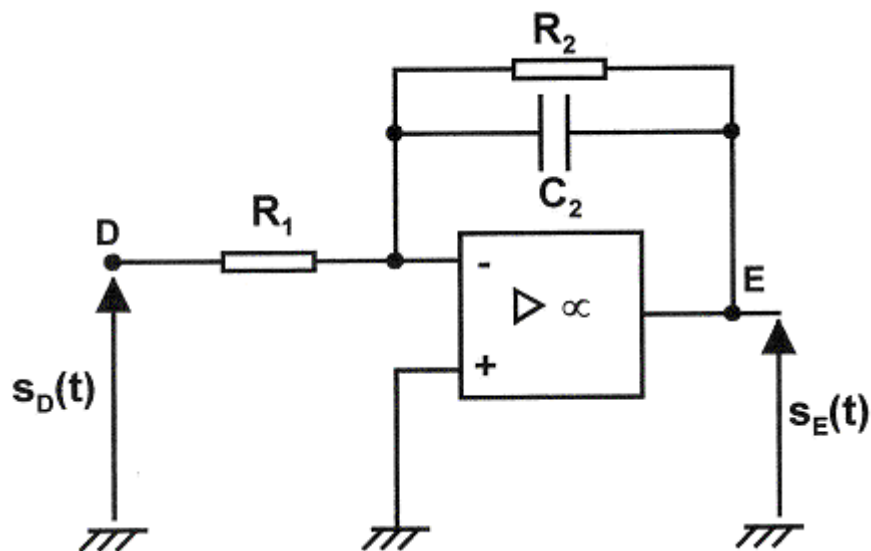


Figure 13: Filtre.

2.1. Déterminer de façon qualitative la nature du filtre.

**2.2. Fonction de transfert du filtre**

2.2.1. Déterminer la fonction de transfert  $\underline{T}(j\omega) = \frac{S_E}{S_D}$ . La mettre sous la forme :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{T_0}{1 + j\omega/\omega_C}$$

2.2.2. Identifier  $T_0$  et  $\omega_C$ . En déduire l'expression de  $f_C$ .

2.3. On prend  $R_1 = R_2$ . Représenter, en le justifiant, l'allure générale du diagramme de Bode asymptotique de  $\underline{T}(jf)$ , pour le gain  $G$  et pour la phase  $\varphi$ .



2.4. On désire atténuer de 40 dB l'ondulation résiduelle de fréquence 168,5 kHz.

2.4.1. Quelle doit être la fréquence de coupure  $f_c$  du filtre ?

2.4.2. Sachant que  $R_1 = R_2 = 47 \text{ k}\Omega$ , en déduire la valeur de  $C_2$ .

## 2.5. Signal $s_E(t)$ en sortie du filtre

2.5.1. A l'aide de l'expression de  $s_C(t)$  précisée dans l'énoncé, au début du II, donner l'expression du signal  $s_E(t)$  en sortie du filtre.

2.5.2. Représenter le signal  $S_E(t)$  sur le graphe de la Figure 14 ci-dessous.

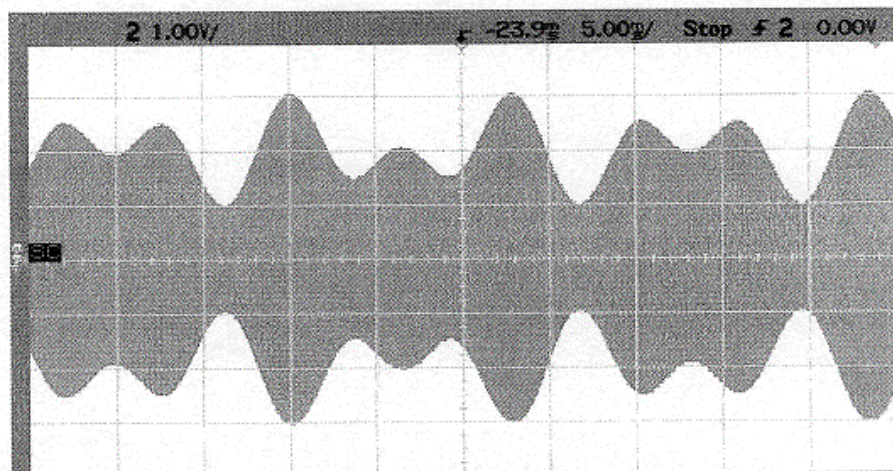


Figure 14 : Graphe de  $s_C(t)$  : à compléter avec  $s_E(t)$ .

### III. Traitement numérique de l'information

FORMULAIRE UTILE DANS CETTE PARTIE :

Théorème de la valeur finale :

$y_n$  est l'échantillon d'ordre  $n$  ;  $Y(Z)$  la transformée en  $z$  de la séquence  $\{y_n\}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \cdot Y(z)$$

Relation entre les différentes transmittances :

$T(z)$  est la transmittance en  $z$ ,  $T(p)$  celle de Laplace, et  $\underline{T}(j\omega)$  la transmittance complexe ;  $T_E$  est la période d'échantillonnage.

$$T(z) \rightarrow T(p)$$

$$z = \exp(p \cdot T_E)$$

$$T(p) \rightarrow \underline{T}(j\omega)$$

$$p = j\omega$$

Transformée en  $z$  d'un échelon:

$$\text{échelon } \{x_n\} : X(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

A la sortie du filtre passe-bas (point E du schéma fonctionnel de la Figure 1), le signal est échantillonné avec deux périodes d'échantillonnage distinctes. Les signaux numériques  $s_{G1}(t)$  et  $s_{G2}(t)$  obtenus en sortie des convertisseurs analogique - numérique sont ensuite filtrés. Les signaux de sortie sont notés  $s_{H1}(t)$  et  $s_{H2}(t)$ .

$T_{E1}$  (respectivement  $T_{E2}$ ) est la période d'échantillonnage du premier (respectivement second) échantillonneur.

Afin de simplifier les notations pour l'étude du filtre numérique, on désigne respectivement par  $x(n)$  et  $y(n)$  les échantillons d'entrée et de sortie du filtre à l'instant  $nT_{E1}$  (ou  $nT_{E2}$ ),  $n$  étant un nombre entier. La durée de traitement des échantillons est supposée négligeable.

La structure du filtre est indiquée sur la Figure 15 :

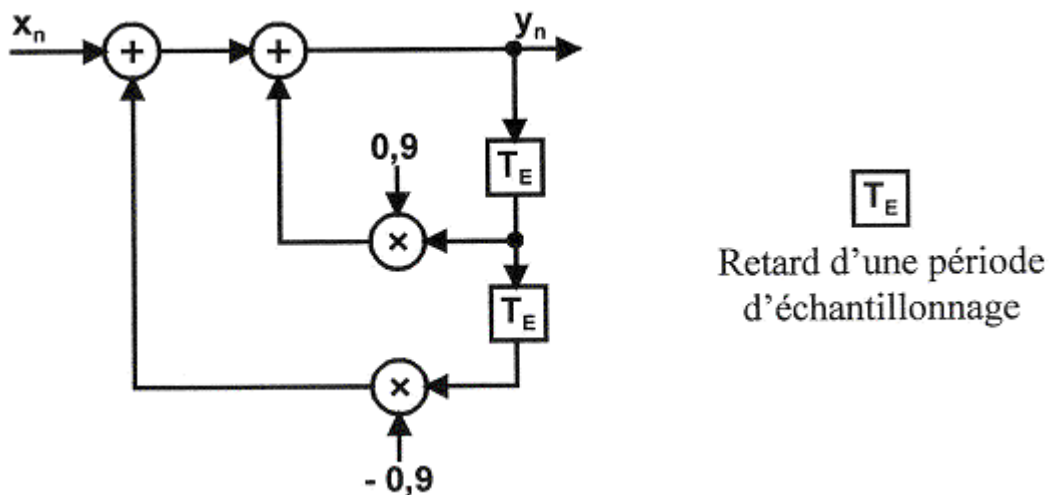


Figure 15: Filtre numérique.

1. Donner l'expression de  $y(n)$ , noté  $y_n$ , en fonction des échantillons  $x$ ,  $y_{n-1}$  et  $y_{n-2}$ .
2. Indiquer, en justifiant votre réponse, s'il s'agit d'un filtre récursif.
3. On note  $X(z)$  (respectivement  $Y(z)$ ) la transformée en  $z$  de la séquence  $\{x_n\}$  (respectivement  $\{y_n\}$ ). Donner l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du filtre, notée  $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$

#### 4. ETUDE DE LA STABILITE

- 4.1. Enoncer le critère de stabilité portant sur la position des pôles de  $H(z)$ . Déterminer alors si le fonctionnement est stable.

- 4.2. Le signal d'entrée est une séquence issue de l'échantillonnage de l'échelon unitaire, dont la transformée en  $z$  est  $X(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$

- 4.2.1. Donner l'expression de  $Y(z)$ , en fonction de  $z^{-1}$  et  $z^2$ .

4.2.2. Déterminer la valeur finale de  $y(n)$ .

4.2.3. Le fonctionnement est-il stable ? Justifier.

5. Dédurre de la question 3. l'expression de la transmittance complexe du filtre  $H(j\omega)$ .  
Exprimer  $\underline{H}(jf)$  en fonction de  $f/F_E$

6. La représentation du module de  $\underline{H}(jf)$  en fonction de  $f/F_E$  est donnée sur la Figure 16 :

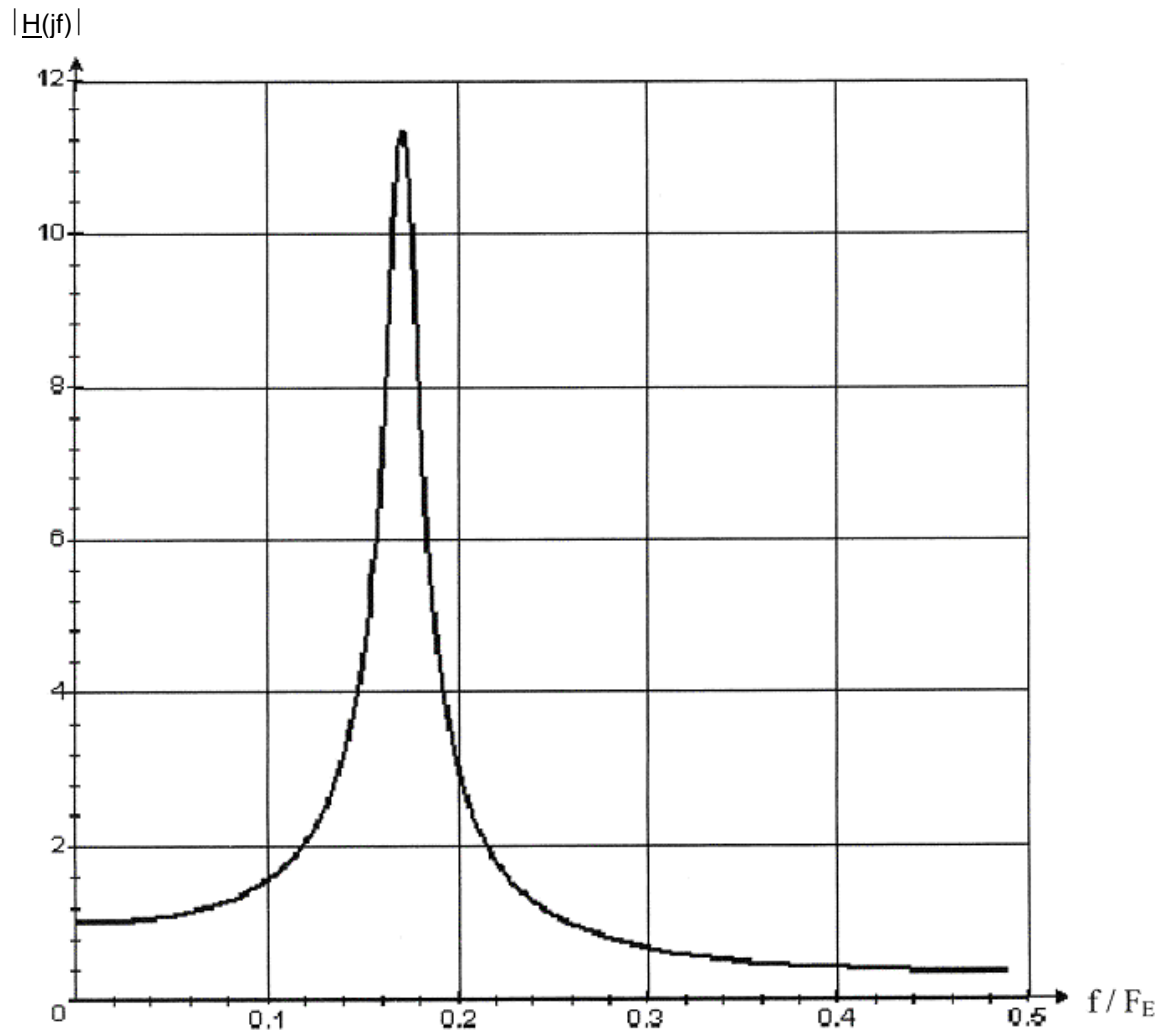


Figure 16: Variation de  $|H(jf)|$  en fonction de  $f/F_E$

- 6.1. Déterminer la nature du filtre.
  
- 6.2. Donner l'expression de la fréquence centrale  $f_{\text{centrale}}$  en fonction de  $F_E$ .
  
- 6.3. Exprimer la largeur de la bande passante à -3 dB en fonction de  $F_E$ .

7. On souhaite obtenir  $f_{\text{centrale}} = 90 \text{ Hz}$ .

7.1. Quelle doit-être la fréquence d'échantillonnage  $F_{E1}$  ?

7.2. Cette fréquence d'échantillonnage satisfait-elle la condition de Shannon ? Justifier.

7.3. Calculer la bande passante.

7.4. Sachant que  $S_E(t) = A_C.(1 + m_1.\cos(\omega_{m1}.t) + m_2.\cos(\omega_{m2}.t))$  (avec  $f_{m1} = 90 \text{ Hz}$  et  $f_{m2} = 150 \text{ Hz}$ ), que représente le signal échantillonné  $s_{H1}(t)$  ?