

# BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

## SYSTÈMES ÉLECTRONIQUES

### ÉPREUVE E4 Étude d'un Système Technique

#### Unité E4-2 PHYSIQUE APPLIQUÉE

SESSION 2011

---

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

---

**Matériel autorisé :**

- Toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante (Circulaire n°99-186, 16/11/1999)

**Documents à rendre avec la copie :**

- Documents réponse ..... pages BR1 à BR4

Ce sujet comporte :

A- Analyse fonctionnelle du système : A1 à A3

B- Sujet:

Questionnaire : B1 à B12

Documents réponse : BR1 à BR4

Le questionnaire comprend 3 parties

- Partie A : Étude du capteur optique.
- Partie B : Traitement du signal issu du capteur.
- Partie C : Étude du filtre à moyenne glissante.

## ANALYSE FONCTIONNELLE

### ➤ Mesure de turbidité d'un liquide

La turbidité caractérise l'état plus ou moins trouble d'un liquide. On contrôle la turbidité dans la fabrication des boissons, dans le traitement des eaux potables ou usées, dans l'industrie chimique.

La turbidité est liée à la présence dans le liquide de substances non dissoutes comme des matières d'origine minérale (argile, limon, sable, calcaire...), des micros organismes, des algues, des levures... Ces particules en suspension vont diffuser ou absorber de la lumière.

La diffusion et l'atténuation d'un rayonnement lumineux monochromatique sont proportionnelles à la concentration volumique des particules présentes dans le liquide. Le coefficient de proportionnalité dépend de la longueur d'onde de la lumière et des caractéristiques des particules. La turbidité sera plus élevée avec des particules de petites tailles.

Le mesurage de la turbidité est défini par la norme NF EN ISO 7027.

On trouve 2 méthodes de mesures normalisées qui utilisent des systèmes optoélectroniques :

- soit on mesure l'atténuation de lumière due à la présence des particules en suspension dans l'eau : c'est l'opacimétrie. Cette méthode est utilisée pour les liquides présentant une forte turbidité. Dans ce cas la turbidité s'exprime en FAU (Formazin Attenuation Unit),
- soit on mesure la quantité de lumière diffusée à 90° par les particules présentes dans le liquide. C'est la néphélométrie. On utilise cette méthode dans le cas des faibles turbidités. L'unité est le FNU (Formazine Néphélométric Unit), ou NTU (Nephelometric Turbidity Unit).

Quelques valeurs de turbidité en NTU	
Eau potable	0,02 à 0,5
Eau de source	0,05 à 10
Eaux usées	70 à 2000
Jus de pomme filtré	2 à 4
Bière blonde filtrée	1 à 6

## ➤ Le turbidimètre

Le turbidimètre sujet de l'étude qui suit, mesure en continu la turbidité en sortie d'une station de distribution d'eau potable : **figure 1**.

Il signale par une alarme un dépassement de seuil (0,5 NTU) afin de stopper la distribution d'eau.

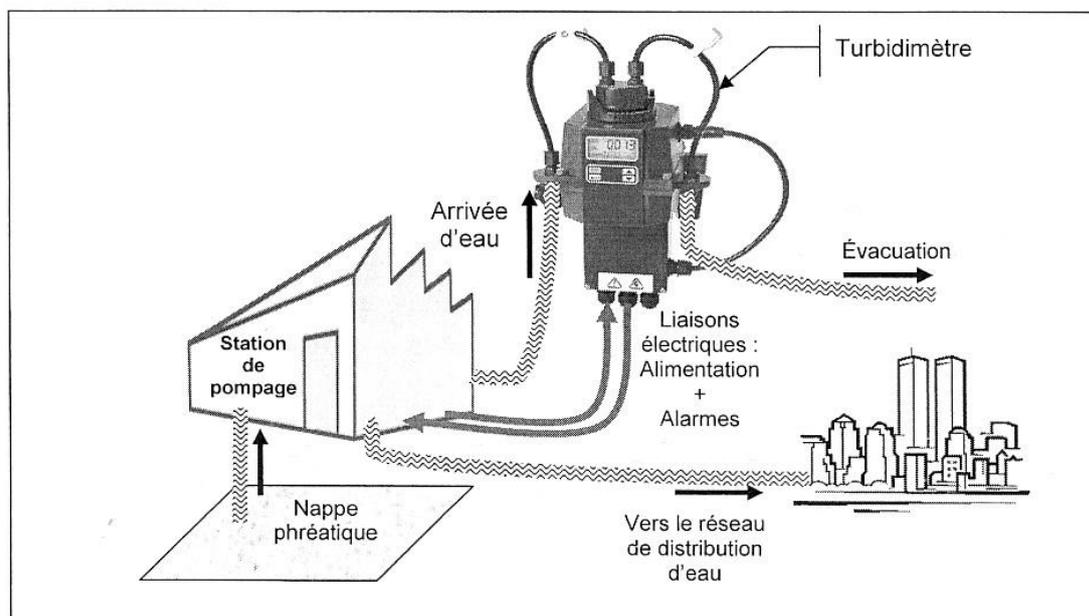
L'appareil effectue la mesure par néphélométrie, son schéma de principe est donné à la **figure 2**.

Le turbidimètre est constitué d'une source lumineuse infrarouge de longueur d'onde normalisée, égale à  $850 \text{ nm} \pm 30 \text{ nm}$ . Cette valeur permet de réduire le phénomène d'absorption dû à la coloration du liquide provoquée par les éléments dissouts dans l'eau.

Un photodétecteur placé à  $90^\circ$  par rapport au faisceau incident mesure la quantité de lumière diffusée par les particules en suspension dans l'eau.

Un second photodétecteur placé à  $180^\circ$  mesure la quantité de lumière transmise. Il permet de compenser la mesure en tenant compte d'une éventuelle coloration du liquide et du vieillissement du photodétecteur.

La Figure 3 présente le schéma fonctionnel de la chaîne de mesure.



**Figure 1 : installation d'un turbidimètre dans une usine de distribution d'eau potable**

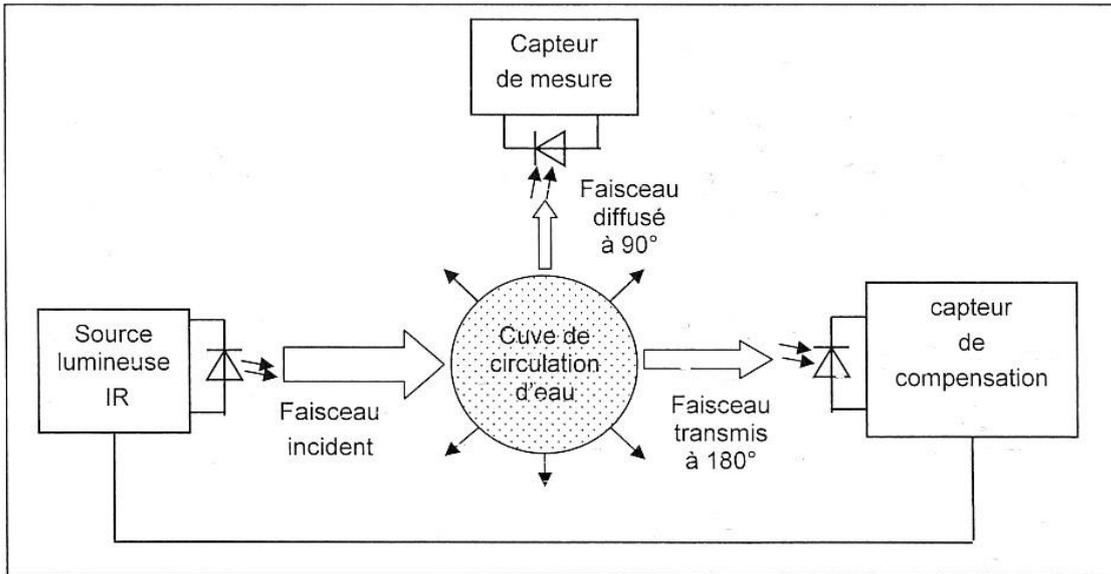


Figure 2 : principe de la mesure de turbidité par néphélogétrie

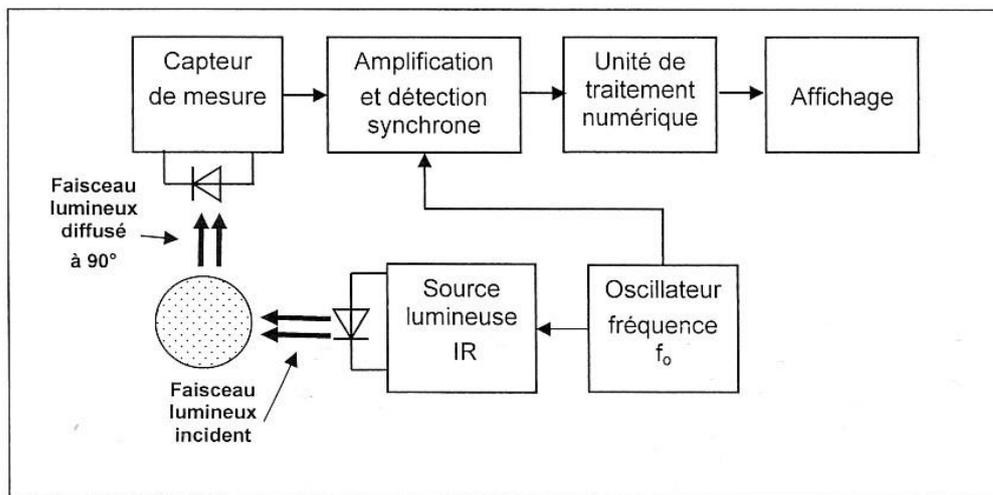


Figure 3 : schéma fonctionnel de la chaîne de mesure

Le signal issu du capteur de mesure a une faible amplitude et est fortement bruité. Un dispositif d'amplification et de détection synchrone permet d'améliorer fortement le rapport signal sur bruit.

L'unité de traitement numérique comporte un filtre numérique à moyenne glissante. Il permet de moyennner la valeur de la turbidité sur plusieurs échantillons de mesure.

Le sujet portera sur l'étude du capteur optique, la détection synchrone et le filtre à moyenne glissante.

## PARTIE A : ÉTUDE DU CAPTEUR OPTIQUE.

Le flux lumineux, image de la turbidité, est converti en courant au moyen d'une photodiode sensible aux rayonnements infrarouges (IR). Dans le sujet, on nomme « capteur » l'ensemble constitué de la photodiode et du montage à Amplificateur Linéaire Intégré (ALI) qui lui est associé.

### 1. Caractéristiques de la photodiode

Lorsqu'elle est polarisée en inverse ( $V_d \leq 0$ ) la photodiode de la **figure 4** est parcourue par le courant inverse  $I_r$  tel que :

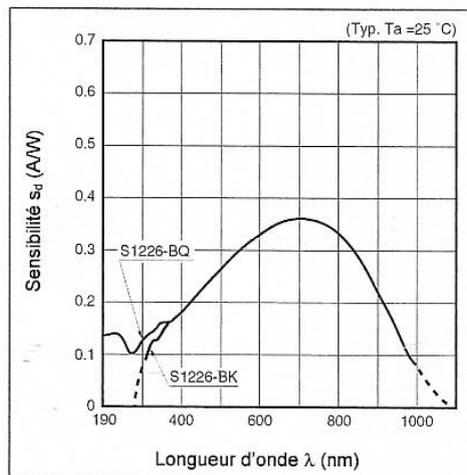
$$I_r = I_0 + I_p$$

avec  $I_0 = I_s \left( 1 - e^{\left( \frac{q \cdot V_d}{kT} \right)} \right)$ , courant d'obscurité de la photodiode

et  $I_p = s_d \cdot \Phi$  courant d'origine photoélectrique proportionnel au flux lumineux  $\Phi$  reçu.

- $I_0 < 20$  pA pour  $V_d = -20$  mV.
- $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.
- $T$  : température de la jonction en Kelvin (K).
- $k$  : constante de Boltzmann =  $1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K.
- $I_s$  : courant de saturation.
- $s_d = \frac{I_p}{\Phi}$  représente la sensibilité de la photodiode,  $s_d$  dépend de la longueur d'onde de la radiation reçue.

Son évolution est donnée sur le graphe de la **figure 5** :



**Figure 5**

- 1.1. Sachant que la photodiode est éclairée par une radiation lumineuse de longueur d'onde  $\lambda = 850$  nm déterminer la sensibilité  $s_d$  de la photodiode.
- 1.2. Déterminer l'unité du flux lumineux  $\Phi$ .

## 2. Montage photovoltaïque en régime continu

La photodiode est utilisée en mode photovoltaïque dans le montage de la **figure 6**.

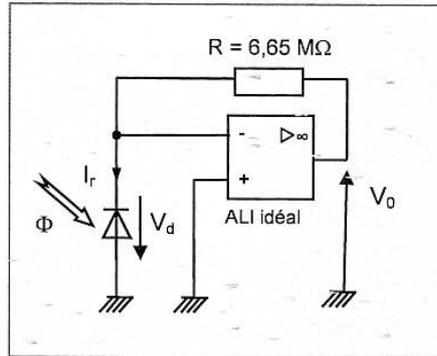


Figure 6

On notera respectivement  $V^-$  et  $V^+$  les potentiels sur les entrées inverseuse et non inverseuse de l'amplificateur opérationnel.

- 2.1. Donner la valeur de  $V_d$ . Justifier que dans ce mode le courant d'obscurité est nul.
- 2.2. En déduire l'expression de  $V_0$  en fonction de  $I_r$  puis montrer que  $V_0$  est proportionnelle à  $\Phi$ .
- 2.3. Déterminer l'expression de la sensibilité  $s_c$  du capteur définie par :  $s_c = \frac{V_0}{\Phi}$ .  
Calculer sa valeur en mV/nW.
- 2.4. Indiquer l'élément du montage qui permet d'améliorer la sensibilité du capteur.

## 3. Etude du montage photovoltaïque en régime variable

La source lumineuse émet un flux lumineux variable. Pour simplifier l'étude, on considèrera que les variations du courant  $i_r$  sont sinusoïdales de fréquence  $f_0$  égale à 1,25 kHz.

Pour le régime variable le modèle équivalent de la photodiode est donné **figure 7**.

- $R_1$  représente la résistance de fuite de la jonction. Sa valeur est élevée.
- $C_1$  représente la capacité de la jonction. Sa valeur augmente avec  $V_d$ .
- $r_s$  représente la résistance des éléments semi-conducteurs et des contacts. Sa valeur est faible et sera négligée par la suite.

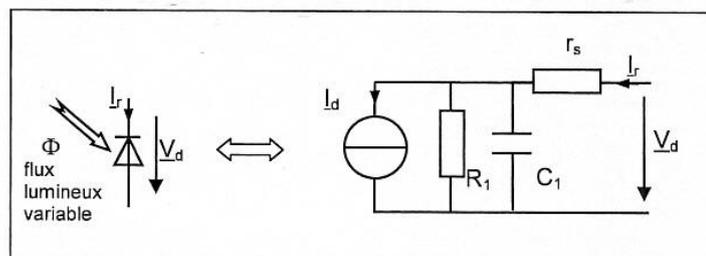


Figure 7

Pour le régime variable, la photodiode est insérée dans le montage photovoltaïque de la **figure 8**. L'étude qui suit a pour but de justifier la présence du condensateur de capacité  $C_2$ .

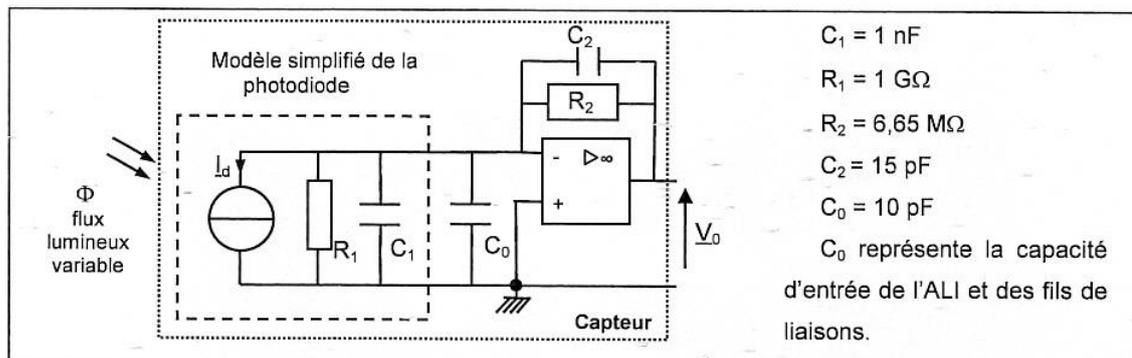


Figure 8

L'ALI utilisé est un AD544.

Son modèle équivalent et sa courbe de réponse en fréquence sont représentés **figure 9**.

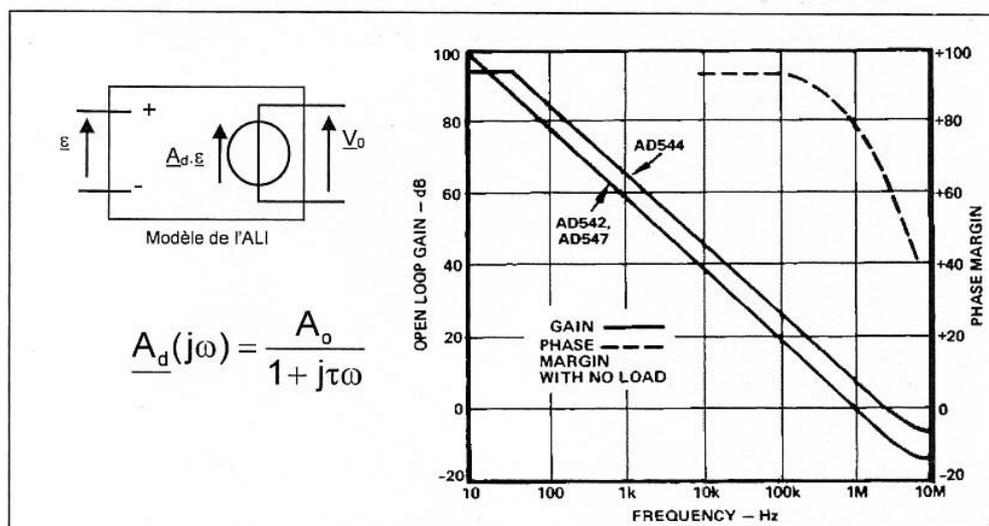


Figure 9

En régime variable le capteur peut alors être modélisé par le schéma bloc de la **figure 10**.

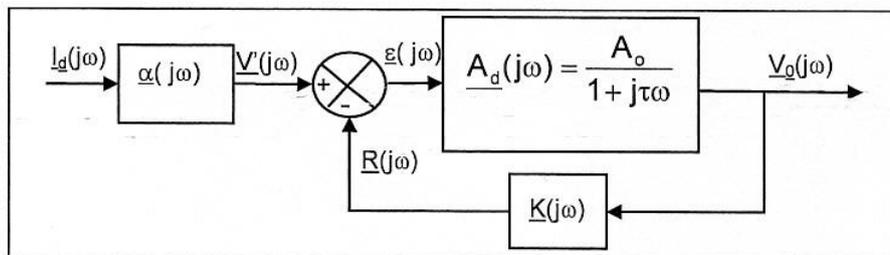


Figure 10

3.1. A partir de la courbe de la **figure 9**, déterminer les valeurs du gain maximum  $G_{\max}$  et de la fréquence de coupure  $f_{\text{coup}}$  de l'ALI. En déduire les valeurs de  $A_0$  et  $\tau$ .

3.2. Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte,  $\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{R}(j\omega)}{\underline{\varepsilon}(j\omega)}$  en fonction de  $\underline{A}_d(j\omega)$  et  $\underline{K}(j\omega)$ .

3.3. Démontrer que la fonction de transfert en boucle fermée s'exprime sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_0(j\omega)}{\underline{V}'(j\omega)} = \frac{\underline{A}_d(j\omega)}{1 + \underline{T}(j\omega)}$$

3.4. Donner la condition sur  $\underline{T}(j\omega)$  qui correspond à la limite d'instabilité du système.

En l'absence du condensateur  $C_2$ , le système est instable.

En présence de  $C_2$ , on obtient le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte  $\underline{T}(j\omega)$  représenté sur le **document réponse n°1**.

3.5. On rappelle la définition de la marge de phase :

$$M_\varphi = \text{Arg}(\underline{T}) + 180^\circ \quad \text{lorsque le gain est égal à 0 dB.}$$

Flécher la marge de phase  $M_\varphi$  sur le **document réponse n°1**. Donner sa valeur.

3.6. Conclure sur la stabilité du système et sur le rôle du condensateur  $C_2$ .

## PARTIE B : TRAITEMENT DU SIGNAL ISSU DU CAPTEUR

Dans une chaîne de mesure comme celle du turbidimètre le signal issu du capteur est fortement bruité. L'influence du bruit est d'autant plus forte que le signal utile fourni par le capteur est très faible.

Pour la mesure de flux lumineux, par exemple, l'origine du bruit est due :

- au milieu dans lequel se propage la lumière,
- à la technologie de la photodiode,
- aux éléments du montage électronique qui lui sont associés.

Pour améliorer le rapport signal sur bruit, plusieurs méthodes sont possibles :

- 1<sup>ère</sup> méthode : utilisation d'un filtrage sélectif,
- 2<sup>ème</sup> méthode : utilisation d'une détection synchrone.

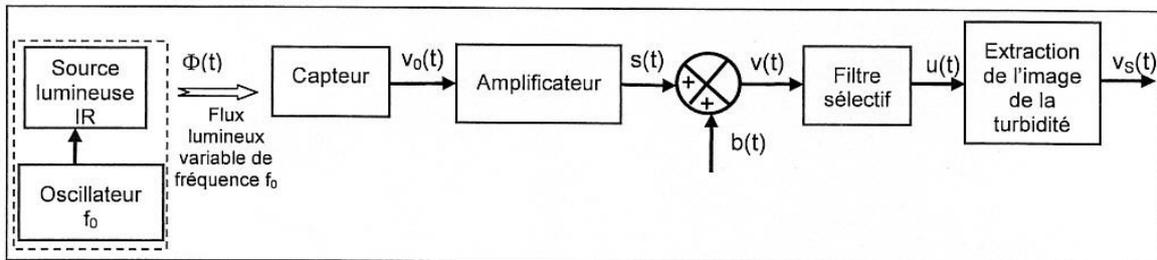
### **1. Méthode n°1 : utilisation d'un filtrage sélectif (figure 11)**

Cette première méthode consiste à éclairer le capteur avec un flux lumineux modulé à une fréquence  $f_0$  choisie dans un domaine de fréquence où la densité spectrale de bruit est minimale.

Un filtre sélectif analogique permettra de minimiser l'influence du bruit sur le signal utile.

Un étage supplémentaire permettra l'extraction de la tension  $v_S(t)$  image de la turbidité.

Le schéma fonctionnel est présenté **figure 11** :



**Figure 11**

Pour la suite :

- on suppose que le capteur délivre une tension  $v_0(t)$  proportionnelle au flux lumineux  $\Phi(t)$ ,
- on considère que la tension  $s(t)$  en sortie de l'amplificateur est sinusoïdale de fréquence  $f_0$  et d'amplitude  $\hat{S}$  :  $s(t) = \hat{S} \cos(\omega_0 t)$ ,
- le spectre du bruit peut être considéré comme constitué d'une infinité d'harmoniques mais afin de simplifier l'étude qui suit, on assimile le bruit  $b(t)$  à une tension sinusoïdale de fréquence  $f_b$  et d'amplitude  $\hat{B}$  :  $b(t) = \hat{B} \cos(\omega_b t)$ ,
- le signal bruité noté  $v(t)$  est modélisé par la somme du signal  $s(t)$  et du bruit  $b(t)$ .

Pour les applications numériques on prendra :  $\hat{S} = \hat{B} = 300$  mV ,  $f_0 = 1,25$  kHz et  $f_b = 1,35$  kHz.

La fonction de transfert du filtre sélectif a pour expression :

$$\underline{A}(jf) = \frac{\underline{U}(jf)}{\underline{V}(jf)} = \frac{1}{1 + jQ \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)} \quad \text{avec } Q = 30 \text{ et } f_0 = 1,25 \text{ kHz.}$$

- 1.1. Justifier le choix de la fréquence centrale du filtre sélectif.
- 1.2. Rappeler le nom donné au coefficient Q.
- 1.3. Donner l'expression de  $\Delta f$ , la bande passante à -3 dB du filtre, puis la calculer.
- 1.4. Exprimer le module  $|\underline{A}(jf)|$  de  $\underline{A}(jf)$ . Montrer que ce module pour les fréquences  $f_0$  et  $f_b$  vaut respectivement  $|\underline{A}(jf_0)| = 1$  et  $|\underline{A}(jf_b)| = 0,211$ .
- 1.5. Le signal d'entrée du filtre sélectif s'écrit :  $v(t) = s(t) + b(t)$ .  
On appelle  $u_0(t)$  et  $u_b(t)$  les réponses respectives du filtre aux entrées  $s(t)$  et  $b(t)$ .  
Le signal de sortie du filtre sélectif peut alors s'écrire sous la forme :  $u(t) = u_0(t) + u_b(t)$ .  
On note  $\hat{U}_0$  l'amplitude de  $u_0(t)$  et  $\hat{U}_b$  l'amplitude de  $u_b(t)$ .  
Donner les relations numériques liant  $\hat{U}_0$  et  $\hat{S}$  d'une part puis  $\hat{U}_b$  et  $\hat{B}$  d'autre part.

#### 1.6. Rapport signal sur bruit

On rappelle que le rapport signal sur bruit  $\left( \frac{S}{N} \right) = 10 \log \left( \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{bruit}}} \right)$  représente le rapport exprimé en dB, de la puissance  $P_{\text{signal}}$  du signal sur la puissance  $P_{\text{bruit}}$  du bruit.

- 1.6.1. Exprimer en fonction des amplitudes  $\hat{S}$  et  $\hat{B}$  les puissances moyennes  $P_s$  et  $P_b$  que fourniraient respectivement les signaux sinusoïdaux  $s(t)$  et  $b(t)$  appliqués à une résistance  $R_n$ .
- 1.6.2. Exprimer le rapport signal sur bruit  $\left( \frac{S}{N} \right)_e$  en entrée du filtre en fonction de  $\hat{S}$  et  $\hat{B}$  puis le calculer.
- 1.6.3. Exprimer le rapport signal sur bruit  $\left( \frac{S}{N} \right)_s$  en sortie du filtre en fonction de  $\hat{U}_0$  et  $\hat{U}_b$  puis le calculer.
- 1.6.4. Conclure sur l'influence du filtre sélectif sur le rapport signal sur bruit.
- 1.6.5. Indiquer sur quel paramètre du filtre sélectif il faudrait agir pour améliorer le rapport signal sur bruit.
- 1.6.6. Indiquer la raison pour laquelle ce paramètre ne pourra pas être amélioré autant qu'on le souhaiterait.

### 1.7. Extraction d'un signal image de la turbidité

On suppose que le filtre sélectif étudié précédemment supprime suffisamment le bruit pour que celui-ci puisse être négligé.

1.7.1. On donne sur le **document réponse n°2** l'allure de la tension  $u(t)$  pour une turbidité constante.

Indiquer quel paramètre de  $u(t)$  porte l'information de la turbidité.

1.7.2. Proposer sur le **document réponse n°2** une structure simple permettant d'extraire à partir de  $u(t)$  une tension  $v_s(t)$  image de la turbidité.

## 2. Méthode n°2 : utilisation d'une détection synchrone (figure 12)

Dans cette partie le filtrage sélectif de la méthode précédente est remplacé par un dispositif à détection synchrone.

Le schéma fonctionnel est présenté **figure 12**.

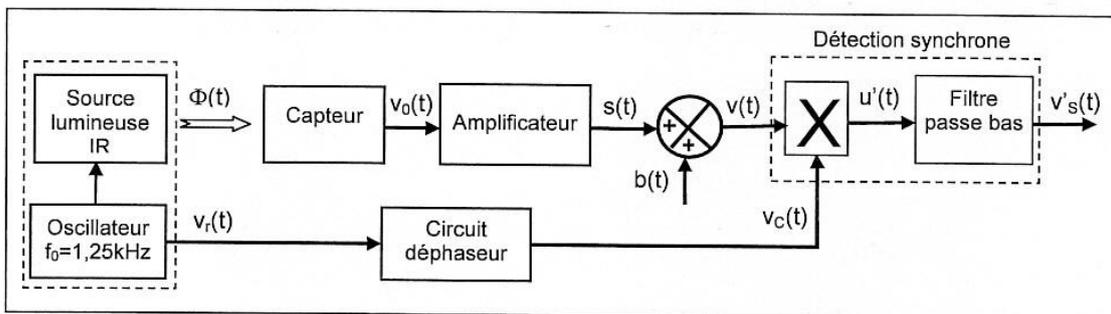


Figure 12

Le signal bruité  $v(t)$  est multiplié par un signal  $v_c(t)$  en phase avec le signal  $v(t)$ , de même fréquence que  $v(t)$ .

On suppose dans un premier temps que  $v_c(t)$  est un signal sinusoïdal :  $v_c(t) = \hat{V}_C \cos(\omega_0 t)$  et  $\hat{V}_C = 1 \text{ V}$ .

On obtient :  $u'(t) = K.v(t).v_c(t)$  avec  $K = 1 \text{ V}^{-1}$ .

Les expressions et les valeurs numériques associées à  $s(t)$  et  $b(t)$  restent celles de la partie précédente, c'est-à-dire :  $s(t) = \hat{S} \cos(\omega_0 t)$  ;  $b(t) = \hat{B} \cos(\omega_0 t)$  avec  $f_0 = 1,25 \text{ kHz}$  ;  $f_b = 1,35 \text{ kHz}$  ;  $\hat{S} = \hat{B} = 300 \text{ mV}$

**Rappel :**  $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

- 2.1. Donner l'expression du signal  $u'(t)$  en sortie du multiplieur en fonction de  $K$ ,  $s(t)$ ,  $b(t)$  et  $v_c(t)$ .
- 2.2. Montrer que  $u'(t)$  est la somme d'une composante continue  $U_0$  et de 3 composantes sinusoïdales notées  $u'_1(t)$ ,  $u'_2(t)$  et  $u'_3(t)$ . Donner l'expression de  $U_0$  et des amplitudes  $\hat{U}'_1$ ,  $\hat{U}'_2$  et  $\hat{U}'_3$  des composantes sinusoïdales en fonction de  $K$ ,  $\hat{V}_C$ ,  $\hat{S}$  et  $\hat{B}$ . Donner les expressions des fréquences  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  associées à chaque composante sinusoïdale en fonction de  $f_0$  et  $f_b$ .
- 2.3. Effectuer les applications numériques puis représenter sur le **document réponse n°3** le spectre d'amplitude de  $u'(t)$ .

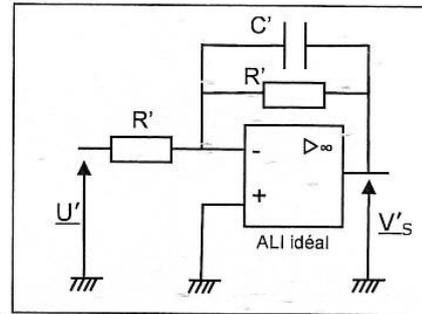
- 2.4. Parmi ces quatre composantes indiquer celles qui sont représentatives de la grandeur à mesurer et celles qui restent influencées par le bruit.

2.5. Filtre passe bas

Afin d'extraire l'information liée à la turbidité et de réduire l'influence du bruit présent en sortie du multiplieur, on utilise le filtre de la **figure 13**.

Sa fonction de transfert a pour expression :

$$T(jf) = \frac{V's}{U'} = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_c}}$$



**Figure 13**

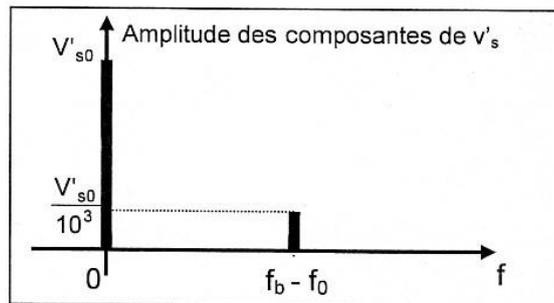
- 2.5.1. Tracer le diagramme de Bode asymptotique du gain en fonction de la fréquence sur le **document réponse n°4**.

- 2.5.2. On souhaite une atténuation de 60 dB de la composante de fréquence  $f_b - f_0$ .  
En déduire l'expression de  $f_c$  en fonction de  $f_b - f_0$  puis calculer la valeur de  $f_c$ .

2.6. Rapport signal sur bruit

On note  $V'_{s0}$  la valeur de la composante continue de  $v'_s(t)$  en sortie du filtre passe bas.

On admet que le spectre d'amplitude du signal en sortie du filtre passe bas a l'allure donnée **figure 14** :



**Figure 14**

- 2.6.1. Après avoir identifié sur le spectre de  $v'_s$  la composante correspondant au signal utile et celle correspondant au bruit, calculer le rapport signal sur bruit  $\left(\frac{S}{N}\right)'_s$  en sortie du filtre passe bas.
- 2.6.2. Comparer ce résultat à celui obtenu dans la première méthode. Conclure sur l'intérêt de la détection synchrone.
- 2.6.3. Indiquer comment agir sur  $f_c$  pour améliorer le rapport signal sur bruit.  
En déduire dans ce cas l'influence sur le temps de réponse de la chaîne de mesure.

## 2.7. Etude du multiplieur à découpage

En réalité, le multiplieur utilisé dans le cadre de la détection synchrone est un multiplieur à découpage. Son schéma de principe est donné à la **figure 15**.

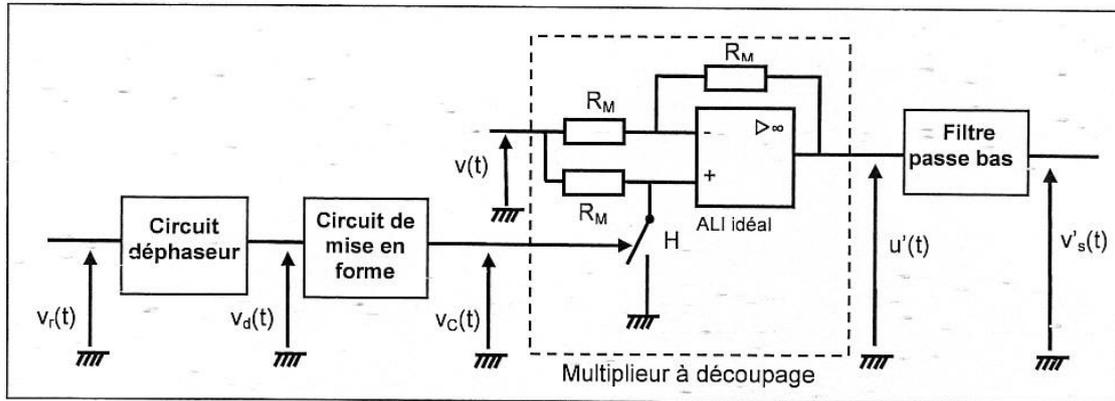


Figure 15

Un déphaseur associé à un circuit de mise en forme délivre un signal rectangulaire  $v_c(t)$  en phase avec  $v(t)$ . Pour l'étude suivante on suppose le signal  $v(t)$  sinusoïdal et non bruité.

Les tensions  $v(t)$  et  $v_c(t)$  sont représentées sur le **document réponse n°5 (graphe 1)**.

Le signal  $v_c(t)$  commande l'interrupteur H.

On note  $v_+(t)$  et  $v_-(t)$  les tensions présentes sur les entrées non inverseuse et inverseuse de l'ALI.

2.7.1. Exprimer la tension  $v_-(t)$  en fonction de  $v(t)$  et  $u'(t)$ .

2.7.2. Si  $v_c(t) > 0$ , H est ouvert.

- A partir du graphe 1 du document réponse n°5, donner la valeur de  $v_c(t)$ .
- Exprimer  $v_+(t)$  en fonction de  $v(t)$ .
- En déduire l'expression de  $u'(t)$  en fonction de  $v(t)$ .

2.7.3. Si  $v_c(t) < 0$ , H est fermé.

- A partir du graphe 1 du document réponse n°5, donner la valeur de  $v_c(t)$ .
- Donner la valeur de  $v_+(t)$ .
- En déduire l'expression de  $u'(t)$  en fonction de  $v(t)$ .

2.7.4. Sur le **document réponse n°5 (graphe 2)** représenter la tension  $u'(t)$  en concordance des temps avec  $v(t)$ .

2.7.5. Montrer que  $u'(t)$  peut s'écrire  $u'(t) = K.v(t).v_c(t)$  avec  $K = 1 \text{ V}^{-1}$ .

**Rappel** : Soit un signal sinusoïdal de pulsation  $\omega_0$  et d'amplitude E.

Le signal redressé double alternance correspondant a pour développement en série de Fourier :

$$x(t) = \frac{2E}{\pi} + \frac{4E}{\pi} \left[ \frac{1}{3} \cos(2\omega_0 t) - \frac{1}{(3 \times 5)} \cos(4\omega_0 t) + \frac{1}{(5 \times 7)} \cos(6\omega_0 t) + \dots \right].$$

2.7.6. Calculer la valeur moyenne  $\langle u'(t) \rangle$  du signal  $u'(t)$  en sortie du multiplieur à découpage.

2.7.7. La fréquence de coupure du filtre passe bas est égale à 0,1 Hz et sa fonction de transfert en régime statique est égale à +1. Déterminer l'expression de la tension  $v'_s(t)$ .

## PARTIE C : ETUDE DU FILTRE A MOYENNE GLISSANTE

La turbidité doit pouvoir être mesurée sur une plage de 0 à 5 NTU avec une résolution inférieure ou égale à 0,001 NTU. L'étude qui suit montre comment atteindre cette exigence.

Le turbidimètre utilise un microcontrôleur possédant un convertisseur analogique numérique (CAN) 10 bits dont la tension de pleine échelle  $V_{ref}$  est égale à 5 V.

### **1. Etude de la résolution de la mesure**

Après étalonnage de l'appareil on constate que pour une plage de turbidité variant de 0 à 5 NTU la tension analogique en bout de la chaîne de mesure varie de 0 à 5 V.

Soient  $\Delta Tu = 5$  NTU la plage de mesure de la turbidité et  $\Delta V = V_{ref} = 5$  V la plage de tension correspondante.

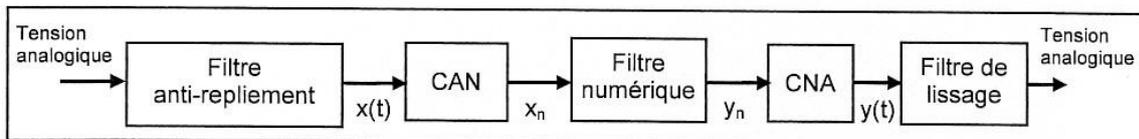
- 1.1. Déterminer la valeur  $q$  du quantum du CAN.
- 1.2. Exprimer la résolution  $r$  en fonction de  $q$ ,  $\Delta V$  et  $\Delta Tu$  puis calculer sa valeur. Indiquer si elle est conforme à la valeur souhaitée.

Pour atteindre une résolution inférieure ou égale à 0,001 NTU, il faudrait utiliser un CAN possédant au minimum 13 bits. On peut réaliser artificiellement un CAN 13 bits à partir d'un CAN 10 bits en programmant un filtre numérique à moyenne glissante.

L'algorithme d'un tel filtre est défini par : 
$$y_n = \frac{x_n + x_{n-1} + x_{n-2} + \dots + x_{n-7}}{8}$$

- $x_{n-k}$  représente la valeur numérique fournie par le CAN à l'instant  $t = (n-k).T_e$ .
- $y_n$  représente la valeur en sortie du filtre numérique à l'instant  $t = n.T_e$ .

La chaîne de traitement numérique est représentée par le schéma de la **figure 16**.



**Figure 16**

- 1.3 Déterminer la plus petite valeur non nulle que peut prendre un échantillon  $y_n$  en sortie du filtre numérique.
- 1.4 Vérifier que la valeur du quantum  $q'$  de l'ensemble constitué par le CAN et le filtre numérique est égal à 0,61 mV.
- 1.5 En déduire que la résolution  $r'$  de l'ensemble est conforme au cahier des charges ( $r' \leq 0,001$  NTU).

## 2. Bruit de quantification

La conversion analogique numérique introduit un bruit de quantification. Le rapport signal sur bruit en sortie du CAN, exprimé en dB, est défini pour un signal d'entrée sinusoïdal par :

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{SCAN}} = 10 \log \left( \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{bruit}}} \right) = 6,02 \times N_{\text{bits}} + 1,77.$$

$P_{\text{signal}}$  et  $P_{\text{bruit}}$  représentent respectivement la puissance du signal et celle du bruit.  
 $N_{\text{bits}}$  est le nombre de bits du CAN.

2.1. Calculer l'amélioration du rapport signal sur bruit si le nombre  $N_{\text{bits}}$  de bits passe de 10 à 13.

La densité spectrale de puissance du bruit est donnée par  $P_b = \frac{q^2}{12.F_e}$  avec  $q$  le quantum du CAN et  $F_e$  la fréquence d'échantillonnage.

2.2. Indiquer sur quel paramètre du CAN il faut agir, et de quelle manière, si l'on veut améliorer le rapport signal sur bruit.

## 3. Etude des caractéristiques du filtre numérique

3.1. Préciser en le justifiant s'il s'agit d'un filtre récursif ou non récursif.

3.2. Réponse à signal perturbé par une impulsion parasite

3.2.1. Sur le **document réponse n°6**, on donne la séquence  $\{x_n\}$  des échantillons présents à l'entrée du filtre. Cette séquence est représentative d'une tension continue perturbée par une impulsion parasite. Dessiner sur le même graphique la séquence  $\{y_n\}$  obtenue en sortie du filtre.

3.2.2. Indiquer l'avantage apporté par le filtre.

3.2.3. Préciser en le justifiant si le filtre est stable ou non. Expliquer pourquoi ce résultat était prévisible.

3.2.4. Indiquer comment améliorer l'action du filtre.

3.3. Réponse en fréquence du filtre numérique

3.3.1. Etablir l'expression de  $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ , fonction de transfert en  $z$  du filtre.

On admet que la fonction de transfert en  $z$  du filtre peut se mettre sous la forme :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{8} \left[ \frac{1 - z^{-8}}{1 - z^{-1}} \right].$$

On note  $\omega$  la pulsation du signal d'entrée et on fait le changement de variable  $z = e^{j\omega T_e}$ .

3.3.2. Donner l'expression de  $H(jf)$  en y faisant apparaître le rapport  $f/F_e$ .

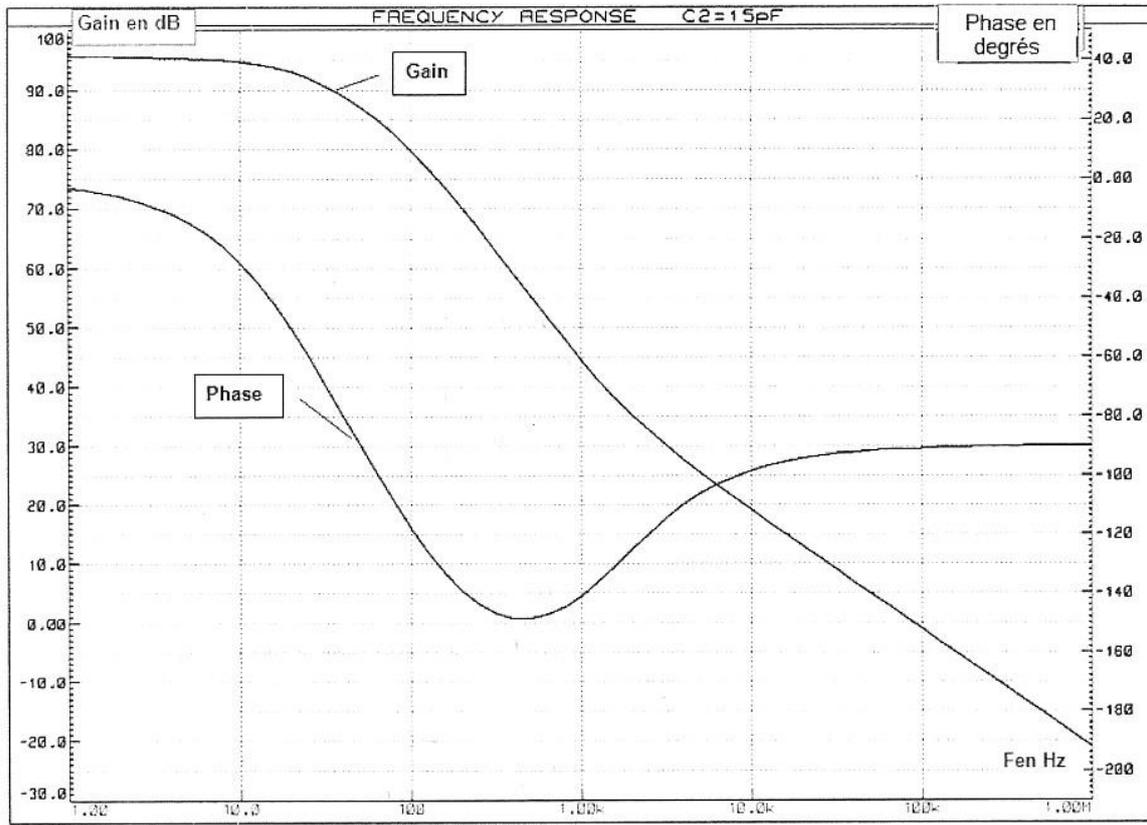
Dans la pratique la chaîne de traitement numérique complète (CAN, filtre numérique et CNA) effectue les opérations d'échantillonnage, de filtrage et de blocage.

La fonction de transfert du filtre numérique associé au bloqueur peut se mettre sous la forme :

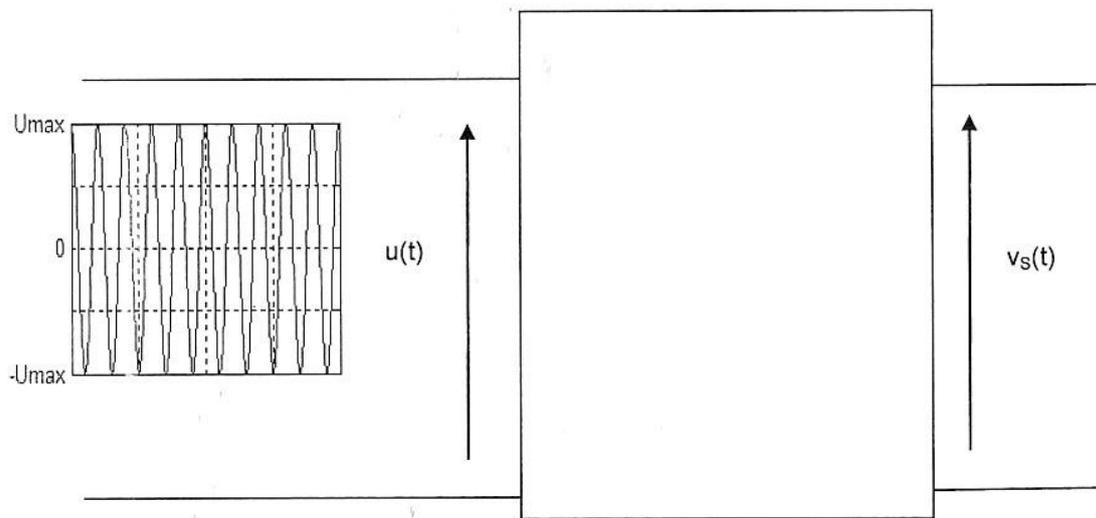
$$\underline{H}'(jf) = \left[ \frac{\sin\left(8\pi \frac{f}{F_e}\right)}{8\pi \frac{f}{F_e}} \right] e^{-j8\pi \frac{f}{F_e}}$$

- 3.3.3. Donner l'expression  $H'(f)$  du module de  $\underline{H}'(jf)$ .
- 3.3.4. La courbe de réponse en fréquence du module  $H'(f)$  du filtre avec bloqueur est donnée sur le **document réponse n°7**. En déduire la nature du filtre.
- 3.3.5. On appelle  $f_c$  la fréquence de coupure à -3 dB du filtre. Placer sur le **document réponse n°7** le rapport  $\frac{f_c}{F_e}$ .
- 3.3.6. Déterminer la valeur à donner à  $F_e$  pour obtenir une fréquence de coupure de 1,4 Hz.
- 3.3.7. Indiquer au-delà de quelle fréquence théorique le filtre numérique ne traitera plus correctement le signal. Préciser si cette valeur est compatible avec une mesure de turbidité.

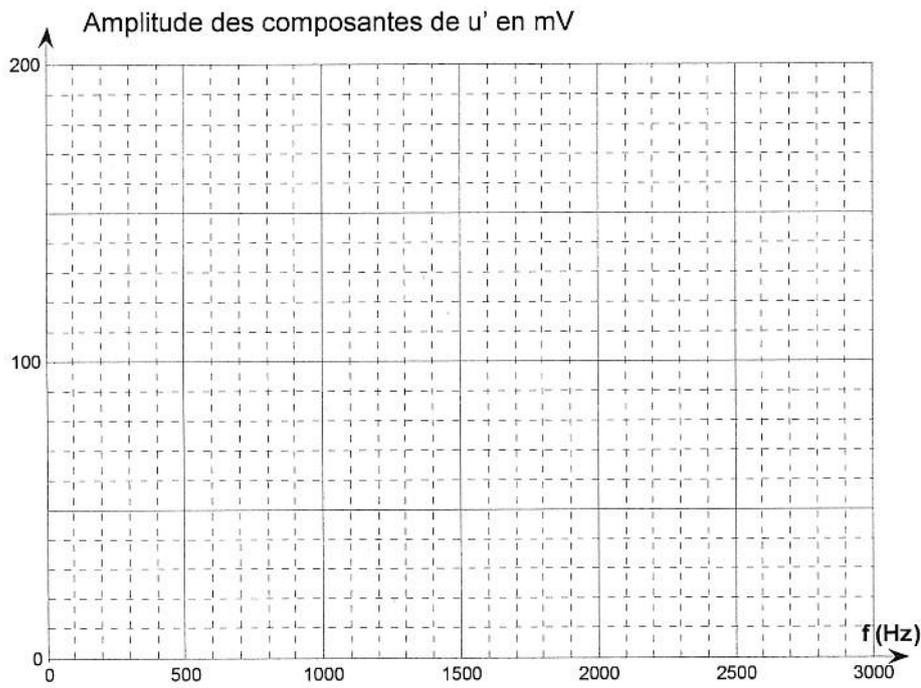
# DOCUMENTS RÉPONSE



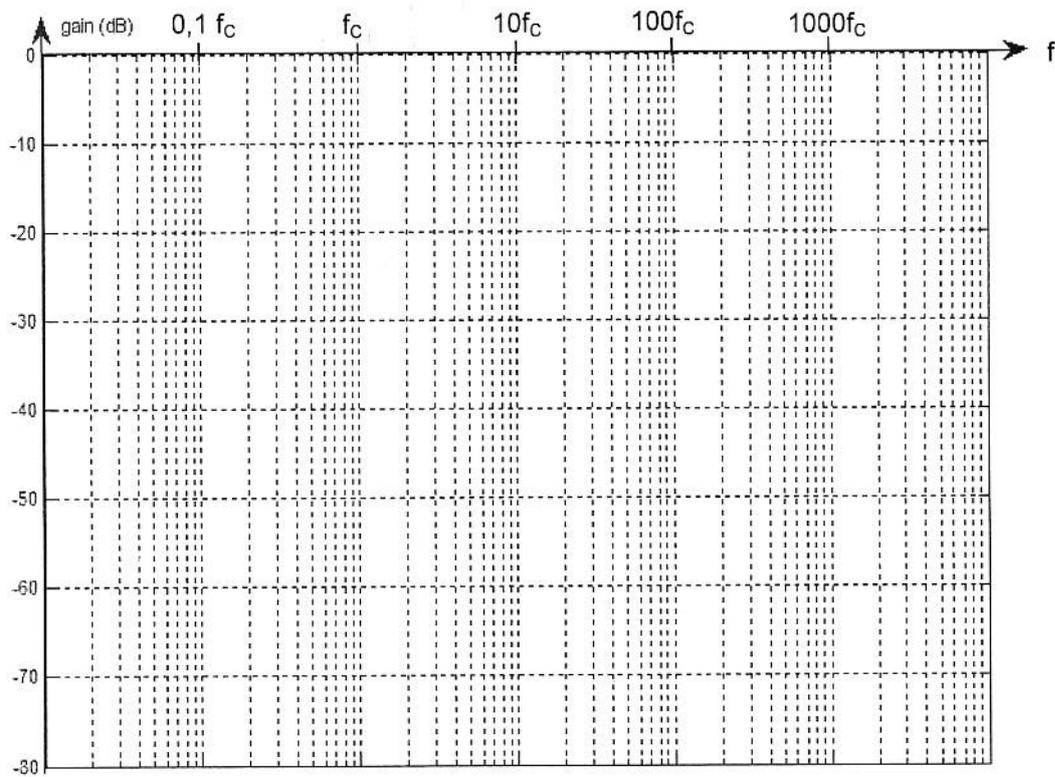
Document réponse n°1



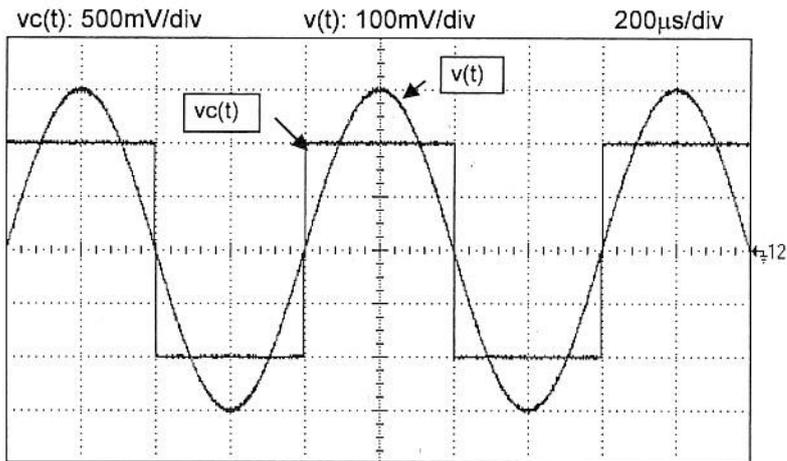
Document réponse n°2



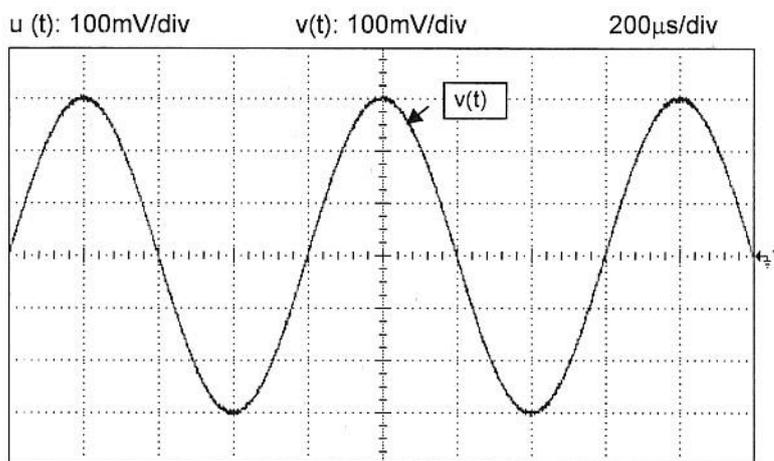
Document réponse n°3



Document réponse n°4

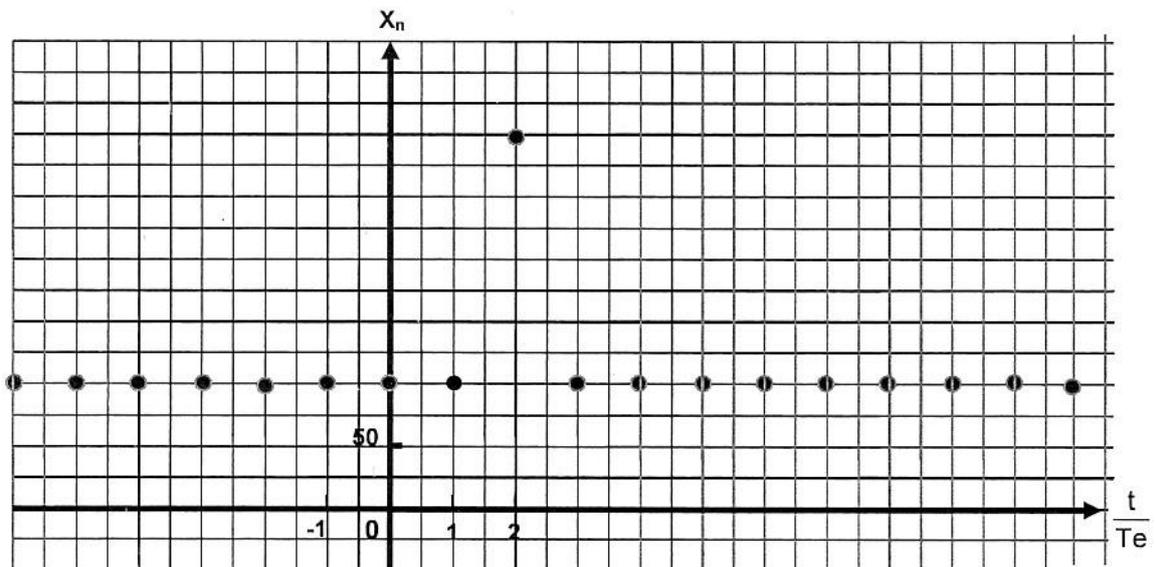


Graphe 1



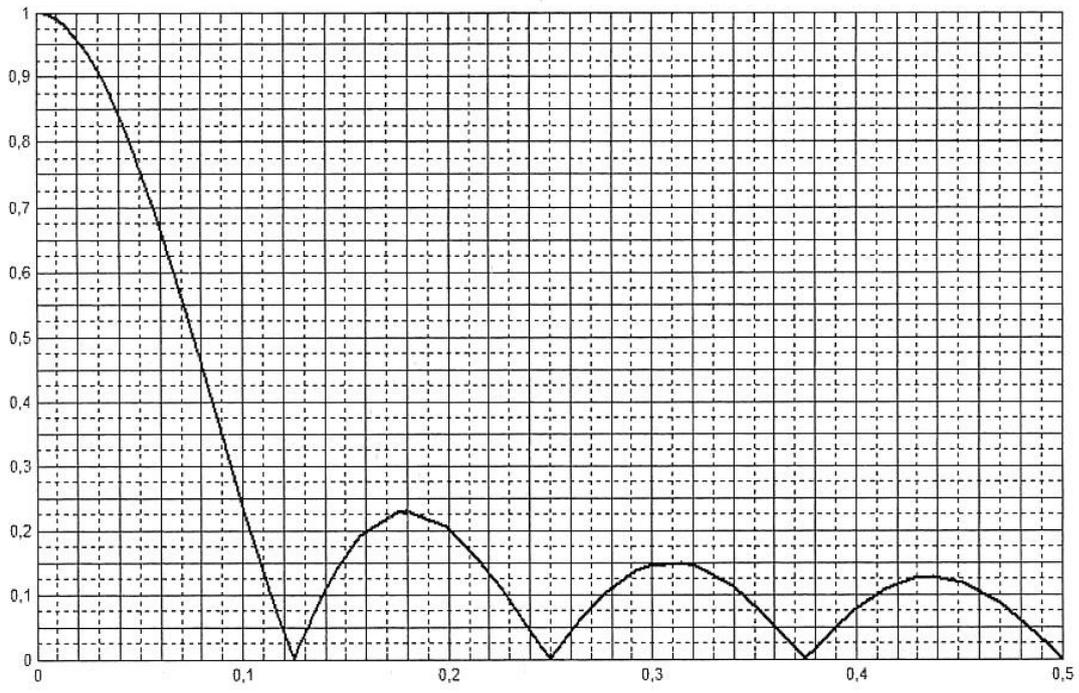
Graphe 2

Document réponse n°5



Document réponse n°6

# H' Module du filtre numérique



$\frac{f}{F_e}$

Document réponse n°7